Instituto Superior Técnico

Sinais e Sistemas - 2005/2006, 2º semestre

5º Mini-teste – 7/6/06

Duração da prova: 2 horas

Número: ____________

Nome: ___________________________

Nos problemas de resposta múltipla as respostas erradas têm cotação negativa, de modo que a média de respostas escolhidas ao acaso seja zero. Se o problema não for respondido tem cotação de zero. Pode ser escolhido qualquer número de respostas por pergunta. Se forem escolhidas várias respostas, a cotação será a média das cotações das respostas escolhidas.

Assinale aqui as suas respostas:

	P2	P3	P4.1	P4.2
a)	☐	☐	☐	☐
b)	☐	☐	☐	☐
c)	☐	☐	☐	☐
d)	☐	☐	☐	☐
e)	☐	☐	☐	☐

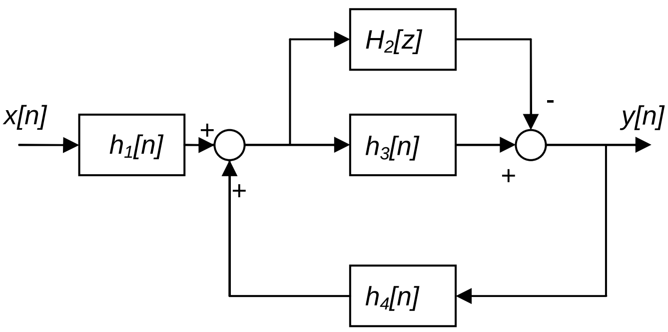
Problema 1

Considere o sistema definido por $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} 3^{k-n} x[k]$, em que $x[n]$ e $y[n]$ representam respectivamente os sinais de entrada e de saída do sistema. Caracterize o sistema quanto às propriedades: memória, causalidade, invariância no tempo, estabilidade e linearidade.

a) Com memória	V ☐	F ☐
b) Causal	V ☐	F ☐
c) Invariante	V ☐	F ☐
d) Estável	V ☐	F ☐
e) Linear	V ☐	F ☐

Problema 2

Considere um sistema discreto representado através do seguinte diagrama de blocos.



Considere que, na figura anterior, os blocos assinalados são representados por

$h_1[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$ $\quad H_2(z) = \frac{1}{\left(1-\frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1-\frac{1}{4}z^{-1}\right)}$ para $|z| > \frac{1}{2}$ $\quad h_3[n] = 2\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$ $\quad h_4[n] = \frac{1}{12}\delta[n-1]$

Determine a resposta ao impulso do sistema.

a) $h[n] = 1$

b) $h[n] = 4\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n] + 3\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$

c) $h[n] = -3\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n] + 4\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$

d) $h[n] = 3\left(\frac{1}{4}\right)^n u[-n-1] - 4\left(\frac{1}{3}\right)^n u[-n-1]$

e) Nenhuma das anteriores

Problema 3

Um sinal $x(t)$ é a soma de duas sinusóides de frequências $\omega_1 = 10$ e $\omega_2 = 30$ respectivamente, sendo as amplitudes das duas sinusóides iguais. Para determinada aplicação a primeira sinusóide é o sinal de interesse, sendo a segunda sinusóide uma interferência indesejável. Pretende-se projectar um filtro que atenue a potência média da segunda sinusóide, relativamente à da primeira, dum factor de 41 pelo menos (isto é, à saída do filtro, o quadrado da amplitude da sinusóide de frequência ω_2 deve ser pelo menos 41 vezes menor que o da sinusóide de frequência ω_1).
Pretende-se utilizar, para este fim, um filtro real de segunda ordem, causal e estável, com função de transferência

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2},$$

em que a frequência natural coincide com a da primeira sinusóide, $\omega_n = \omega_1$.

O conjunto dos valores do factor de amortecimento ξ que satisfazem as condições dadas é:

a) $0 < \xi \le \sqrt{0{,}5}$ b) $-\sqrt{0{,}5} \le \xi \le \sqrt{0{,}5}$ c) $0 < \xi \le \sqrt{0{,}75}$ d) $-\sqrt{0{,}75} \le \xi \le \sqrt{0{,}75}$
e) Nenhuma das anteriores.

Problema 4

Suponha que pretende construir um filtro passa-baixo para sinais contínuos, utilizando para o efeito um filtro discreto. Admitindo que a frequência de amostragem é de 5kHz, qual a frequência de corte, ω_c, e ganho da banda passante, G, do filtro discreto se se pretender que o filtro contínuo resultante tenha uma frequência de corte de 1kHz e ganho de 20 dB na banda passante?

4.1 Frequência de corte

a) $\omega_c = 2/5$ b) $\omega_c = 2\pi/5$ c) $\omega_c = 1/5$ d) $\omega_c = \pi/5$ e) Nenhuma das anteriores

4.2 Ganho

a) $G = 500$ b) $G = 1/500$ c) $G = 10$ d) $G = 1/10$ e) Nenhuma das anteriores

Problema 5 (resposta aberta)

Considere o sinal discreto $x[n]$ periódico, de período 4, no qual, para a sequência de valores de *n* (0,1,2,3), a sequência de valores de $x[n]$ é (8,4,0,0). Este sinal é passado por um filtro passa-baixo ideal, real, com frequência de corte $5\pi/8$. Determine a sequência dos valores da saída do filtro, para a sequência de valores de *n* (0,1,2,3).

Problema 6 (resposta aberta)

Considere um sistema contínuo linear e invariante no tempo cuja resposta a um impulso unitário é $h(t) = 3e^{-3t}u(t)$. Sendo o sinal à entrada deste sistema $x(t) = -0{,}5\delta(t) + e^{-4t}u(t)$,

a) determine a saída, $y(t)$, fazendo o cálculo no domínio do tempo;

b) determine a saída, $y(t)$, por meio da transformada de Laplace.

Problema 7 (resposta aberta)

Considere um filtro com resposta ao impulso $h(t)$ real, que tem a seguinte propriedade:

Aplicando ao filtro uma entrada $x(t) = h(-t)$*, a saída é* $y(t) = h(-t)$.

Determine uma condição necessária e suficiente, expressa em termos da resposta em frequência do filtro, $H(j\omega)$, para que aquela propriedade se verifique. A condição deverá ser tão simples quanto possível.

<u>Resolva os problemas 5, 6 e 7 em folhas separadas (uma para cada problema)</u>, indicando em todas as folhas o seu número, primeiro e último nome e o número do problema que se encontra resolvido nessa folha.

Número: ____________

Nome: ___________________________

Nos problemas de resposta múltipla as respostas erradas têm cotação negativa, de modo que a média de respostas escolhidas ao acaso seja zero. Se o problema não for respondido tem cotação de zero. Pode ser escolhido qualquer número de respostas por pergunta. Se forem escolhidas várias respostas, a cotação será a média das cotações das respostas escolhidas.

Assinale aqui as suas respostas:

	P2	P3	P4.1	P4.2
a)	☐	☐	☐	☐
b)	☐	☐	☐	☐
c)	☐	☐	☐	☐
d)	☐	☐	☐	☐
e)	☐	☐	☐	☐

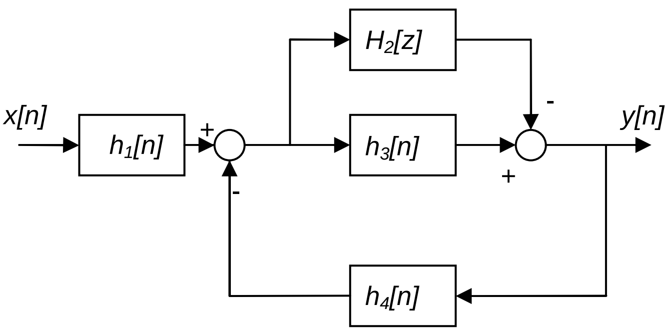
Problema 1

Considere o sistema definido por $y[n]=\sum_{k=n}^{+\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^{k-n}x[k]$, em que $x[n]$ e $y[n]$ representam respectivamente os sinais de entrada e de saída do sistema. Caracterize o sistema quanto às propriedades: memória, causalidade, invariância no tempo, estabilidade e linearidade.

a) Com memória	V ☐	F ☐
b) Causal	V ☐	F ☐
c) Invariante	V ☐	F ☐
d) Estável	V ☐	F ☐
e) Linear	V ☐	F ☐

Problema 2

Considere um sistema discreto representado através do seguinte diagrama de blocos.



Considere que, na figura anterior, os blocos assinalados são representados por

$h_1[n]=\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$ $\quad H_2(z)=\frac{1}{\left(1-\frac{2}{5}z^{-1}\right)\left(1-\frac{1}{5}z^{-1}\right)}$ para $|z|>\frac{2}{5}$ $\quad h_3[n]=2\left(\frac{2}{5}\right)^n u[n]$ $\quad h_4[n]=\frac{2}{5}\delta[n-1]$

Determine a resposta ao impulso do sistema.

a) $h[n]=\frac{5}{9}\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]+\frac{4}{9}\left(-\frac{1}{5}\right)^n u[n]$

b) $h[n]=1$

c) $h[n]=\frac{5}{9}\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]+\frac{4}{9}\left(\frac{1}{5}\right)^n u[n]$

d) $h[n]=\frac{4}{9}\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]-\frac{5}{9}\left(-\frac{1}{5}\right)^n u[n]$

e) Nenhuma das anteriores

Problema 3

Um sinal $x(t)$ é a soma de duas sinusóides de frequências $\omega_1 = 10$ e $\omega_2 = 20$ respectivamente, sendo as amplitudes das duas sinusóides iguais. Para determinada aplicação a primeira sinusóide é o sinal de interesse, sendo a segunda sinusóide uma interferência indesejável. Pretende-se projectar um filtro que atenue a potência média da segunda sinusóide, relativamente à da primeira, dum factor de 13 pelo menos (isto é, à saída do filtro, o quadrado da amplitude da sinusóide de frequência ω_2 deve ser pelo menos 13 vezes menor que o da sinusóide de frequência ω_1).
Pretende-se utilizar, para este fim, um filtro real de segunda ordem, causal e estável, com função de transferência

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2},$$

em que a frequência natural coincide com a da primeira sinusóide, $\omega_n = \omega_1$.

O conjunto dos valores do factor de amortecimento ξ que satisfazem as condições dadas é:

a) $0 < \xi \le \sqrt{0{,}5}$ b) $-\sqrt{0{,}5} \le \xi \le \sqrt{0{,}5}$ c) $0 < \xi \le 0{,}5$ d) $-0{,}5 \le \xi \le 0{,}5$
e) Nenhuma das anteriores.

Problema 4

Suponha que pretende construir um filtro passa-baixo para sinais contínuos, utilizando para o efeito um filtro discreto. Admitindo que a frequência de amostragem é de 5kHz, qual a frequência de corte, ω_c, e ganho da banda passante, G, do filtro discreto se se pretender que o filtro contínuo resultante tenha uma frequência de corte de 2kHz e ganho de -20 dB na banda passante?

4.1 Frequência de corte

a) $\omega_c = 4\pi/5$ b) $\omega_c = 2\pi/5$ c) $\omega_c = 4/5$ d) $\omega_c = 2/5$ e) Nenhuma das anteriores

4.2 Ganho

a) $G = 1/10$ b) $G = 1/5000$ c) $G = 10$ d) $G = 50000$ e) Nenhuma das anteriores

Problema 5 (resposta aberta)

Considere o sinal discreto $x[n]$ periódico, de período 4, no qual, para a sequência de valores de n (0,1,2,3), a sequência de valores de $x[n]$ é (4,0,8,0). Este sinal é passado por um filtro passa-baixo ideal, real, com frequência de corte $7\pi/8$. Determine a sequência dos valores da saída do filtro, para a sequência de valores de n (0,1,2,3).

Problema 6 (resposta aberta)

Considere um sistema contínuo linear e invariante no tempo cuja resposta a um impulso unitário é $h(t) = 4e^{-2t}u(t)$. Sendo o sinal à entrada deste sistema $x(t) = 0{,}5\delta(t) + e^{-5t}u(t)$,

a) determine a saída, $y(t)$, fazendo o cálculo no domínio do tempo;

b) determine a saída, $y(t)$, por meio da transformada de Laplace.

Problema 7 (resposta aberta)

Considere um filtro com resposta ao impulso $h(t)$ real, que tem a seguinte propriedade:

Aplicando ao filtro uma entrada $x(t) = h(-t)$, a saída é $y(t) = h(t)$.

Determine uma condição necessária e suficiente, expressa em termos da resposta em frequência do filtro, $H(j\omega)$, para que aquela propriedade se verifique. A condição deverá ser tão simples quanto possível.

Resolva os problemas 5, 6 e 7 em folhas separadas (uma para cada problema), indicando em todas as folhas o seu número, primeiro e último nome e o número do problema que se encontra resolvido nessa folha.

Instituto Superior Técnico

Sinais e Sistemas - 2005/2006, 2º semestre

5º Mini-teste – 7/6/06

Duração da prova: 2 horas

Número: _____________

Nome: ____________________________

Nos problemas de resposta múltipla as respostas erradas têm cotação negativa, de modo que a média de respostas escolhidas ao acaso seja zero. Se o problema não for respondido tem cotação de zero. Pode ser escolhido qualquer número de respostas por pergunta. Se forem escolhidas várias respostas, a cotação será a média das cotações das respostas escolhidas.

Assinale aqui as suas respostas:

	P2	P3	P4.1	P4.2
a)	☐	☐	☐	☐
b)	☐	☐	☐	☐
c)	☐	☐	☐	☐
d)	☐	☐	☐	☐
e)	☐	☐	☐	☐

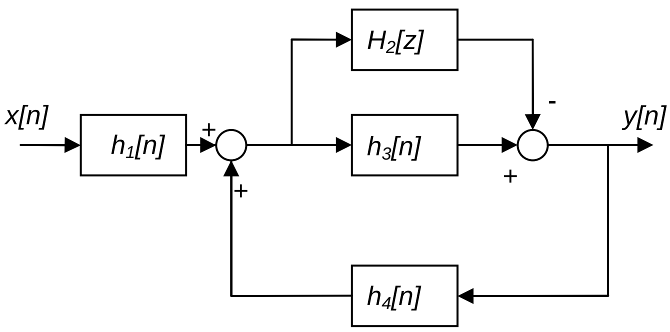
Problema 1

Considere o sistema definido por $y[n]=\sum_{k=n}^{+\infty} 3^{k-n}\, x[k]$, em que $x[n]$ e $y[n]$ representam respectivamente os sinais de entrada e de saída do sistema. Caracterize o sistema quanto às propriedades: memória, causalidade, invariância no tempo, estabilidade e linearidade.

a) Com memória	V ☐	F ☐
b) Causal	V ☐	F ☐
c) Invariante	V ☐	F ☐
d) Estável	V ☐	F ☐
e) Linear	V ☐	F ☐

Problema 2

Considere um sistema discreto representado através do seguinte diagrama de blocos.



Considere que, na figura anterior, os blocos assinalados são representados por

$h_1[n]=\left(\frac{1}{5}\right)^n u[n]$ $\quad H_2(z)=\frac{1}{\left(1-\frac{1}{3}z^{-1}\right)\left(1-\frac{1}{6}z^{-1}\right)}$ para $|z|>\frac{1}{3}$ $\quad h_3[n]=2\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$ $\quad h_4[n]=\frac{1}{6}\delta[n-1]$

Determine a resposta ao impulso do sistema.

a) $h[n]=-\frac{3}{2}\left(\frac{1}{5}\right)^n u[n]+\frac{5}{2}\left(-\frac{1}{3}\right)^n u[n]$

b) $h[n]=-\frac{3}{2}\left(\frac{1}{5}\right)^n u[n]+\frac{5}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$

c) $h[n]=1$

d) $h[n]=\frac{5}{2}\left(\frac{1}{5}\right)^n u[n]+\frac{3}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$

e) Nenhuma das anteriores

Problema 3

Um sinal $x(t)$ é a soma de duas sinusóides de frequências $\omega_1 = 10$ e $\omega_2 = 20$ respectivamente, sendo as amplitudes das duas sinusóides iguais. Para determinada aplicação a primeira sinusóide é o sinal de interesse, sendo a segunda sinusóide uma interferência indesejável. Pretende-se projectar um filtro que atenue a potência média da segunda sinusóide, relativamente à da primeira, dum factor de 8 pelo menos (isto é, à saída do filtro, o quadrado da amplitude da sinusóide de frequência ω_2 deve ser pelo menos 8 vezes menor que o da sinusóide de frequência ω_1).
Pretende-se utilizar, para este fim, um filtro real de segunda ordem, causal e estável, com função de transferência

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2},$$

em que a frequência natural coincide com a da primeira sinusóide, $\omega_n = \omega_1$.

O conjunto dos valores do factor de amortecimento ξ que satisfazem as condições dadas é:

a) $0 < \xi \le 0{,}75$ b) $-0{,}75 \le \xi \le 0{,}75$ c) $0 < \xi \le 0{,}5$ d) $-0{,}5 \le \xi \le 0{,}5$
e) Nenhuma das anteriores.

Problema 4

Suponha que pretende construir um filtro passa-baixo para sinais contínuos, utilizando para o efeito um filtro discreto. Admitindo que a frequência de amostragem é de 10kHz, qual a frequência de corte, ω_c, e ganho da banda passante, G, do filtro discreto se se pretender que o filtro contínuo resultante tenha uma frequência de corte de 1kHz e ganho de -20 dB na banda passante?

4.1 Frequência de corte
a) $\omega_c = 1/10$ b) $\omega_c = 1/5$ c) $\omega_c = \pi/5$ d) $\omega_c = \pi/10$ e) Nenhuma das anteriores

4.2 Ganho
a) $G = 10$ b) $G = 1/10000$ c) $G = 10000$ d) $G = 1/10$ e) Nenhuma das anteriores

Problema 5 (resposta aberta)

Considere o sinal discreto $x[n]$ periódico, de período 4, no qual, para a sequência de valores de *n* (0,1,2,3), a sequência de valores de $x[n]$ é (4,0,-8,0). Este sinal é passado por um filtro passa-baixo ideal, real, com frequência de corte $7\pi/9$. Determine a sequência dos valores da saída do filtro, para a sequência de valores de *n* (0,1,2,3).

Problema 6 (resposta aberta)

Considere um sistema contínuo linear e invariante no tempo cuja resposta a um impulso unitário é $h(t) = 3e^{-3t}u(t)$. Sendo o sinal à entrada deste sistema $x(t) = 0{,}5\delta(t) + e^{-5t}u(t)$,

a) determine a saída, $y(t)$, fazendo o cálculo no domínio do tempo;

b) determine a saída, $y(t)$, por meio da transformada de Laplace.

Problema 7 (resposta aberta)

Considere um filtro com resposta ao impulso $h(t)$ real, que tem a seguinte propriedade:

Aplicando ao filtro uma entrada $x(t) = h(-t)$*, a saída é* $y(t) = \delta(t)$.

Determine uma condição necessária e suficiente, expressa em termos da resposta em frequência do filtro, $H(j\omega)$, para que aquela propriedade se verifique. A condição deverá ser tão simples quanto possível.

<u>Resolva os problemas 5, 6 e 7 em folhas separadas (uma para cada problema)</u>, indicando em todas as folhas o seu número, primeiro e último nome e o número do problema que se encontra resolvido nessa folha.

Instituto Superior Técnico

Sinais e Sistemas - 2005/2006, 2º semestre

5º Mini-teste – 7/6/06

Duração da prova: 2 horas

Número: ____________

Nome: ____________________________

Nos problemas de resposta múltipla as respostas erradas têm cotação negativa, de modo que a média de respostas escolhidas ao acaso seja zero. Se o problema não for respondido tem cotação de zero. Pode ser escolhido qualquer número de respostas por pergunta. Se forem escolhidas várias respostas, a cotação será a média das cotações das respostas escolhidas.

Assinale aqui as suas respostas:

	P2	P3	P4.1	P4.2
a)	☐	☐	☐	☐
b)	☐	☐	☐	☐
c)	☐	☐	☐	☐
d)	☐	☐	☐	☐
e)	☐	☐	☐	☐

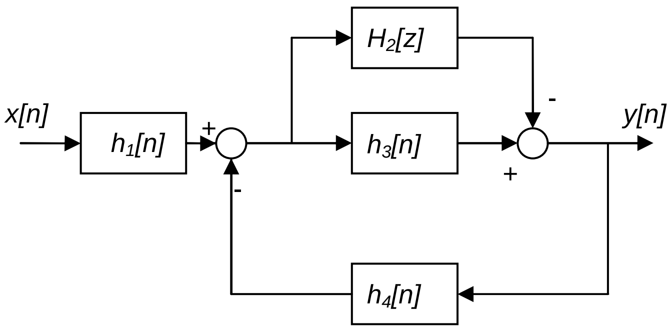
Problema 1

Considere o sistema definido por $y[n]=\sum_{k=-\infty}^{n}\left(\frac{1}{3}\right)^{k-n}x[k]$, em que $x[n]$ e $y[n]$ representam respectivamente os sinais de entrada e de saída do sistema. Caracterize o sistema quanto às propriedades: memória, causalidade, invariância no tempo, estabilidade e linearidade.

a) Com memória V ☐ F ☐
b) Causal V ☐ F ☐
c) Invariante V ☐ F ☐
d) Estável V ☐ F ☐
e) Linear V ☐ F ☐

Problema 2

Considere um sistema discreto representado através do seguinte diagrama de blocos.



Considere que, na figura anterior, os blocos assinalados são representados por

$h_1[n]=\left(\frac{1}{5}\right)^n u[n]$ $\quad H_2(z)=\frac{1}{\left(1-\frac{1}{8}z^{-1}\right)\left(1-\frac{1}{4}z^{-1}\right)}$ para $|z|>\frac{1}{4}$ $\quad h_3[n]=2\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$ $\quad h_4[n]=\frac{5}{8}\delta[n-1]$

Determine a resposta ao impulso do sistema.

a) $h[n]=\frac{5}{7}\left(\frac{1}{5}\right)^n u[n]-\frac{2}{7}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$

b) $h[n]=\frac{2}{7}\left(\frac{1}{5}\right)^n u[n]+\frac{5}{7}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$

c) $h[n]=\frac{2}{7}\left(\frac{1}{5}\right)^n u[n]+\frac{5}{7}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$

d) $h[n]=1$

e) Nenhuma das anteriores

Problema 3

Um sinal $x(t)$ é a soma de duas sinusóides de frequências $\omega_1 = 10$ e $\omega_2 = 30$ respectivamente, sendo as amplitudes das duas sinusóides iguais. Para determinada aplicação a primeira sinusóide é o sinal de interesse, sendo a segunda sinusóide uma interferência indesejável. Pretende-se projectar um filtro que atenue a potência média da segunda sinusóide, relativamente à da primeira, dum factor de 73 pelo menos (isto é, à saída do filtro, o quadrado da amplitude da sinusóide de frequência ω_2 deve ser pelo menos 73 vezes menor que o da sinusóide de frequência ω_1).

Pretende-se utilizar, para este fim, um filtro real de segunda ordem, causal e estável, com função de transferência

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2},$$

em que a frequência natural coincide com a da primeira sinusóide, $\omega_n = \omega_1$.

O conjunto dos valores do factor de amortecimento ξ que satisfazem as condições dadas é:

a) $0 < \xi \le \sqrt{0{,}5}$ b) $-\sqrt{0{,}5} \le \xi \le \sqrt{0{,}5}$ c) $0 < \xi \le 0{,}5$ d) $-0{,}5 \le \xi \le 0{,}5$
e) Nenhuma das anteriores.

Problema 4

Suponha que pretende construir um filtro passa-baixo para sinais contínuos, utilizando para o efeito um filtro discreto. Admitindo que a frequência de amostragem é de 10kHz, qual a frequência de corte, ω_c, e ganho da banda passante, G, do filtro discreto se se pretender que o filtro contínuo resultante tenha uma frequência de corte de 2kHz e ganho de 20 dB na banda passante?

4.1 Frequência de corte

a) $\omega_c = 2/5$ b) $\omega_c = 2\pi/5$ c) $\omega_c = 1/5$ d) $\omega_c = \pi/5$ e) Nenhuma das anteriores

4.2 Ganho

a) $G = 10000$ b) $G = 1/1000$ c) $G = 10$ d) $G = 1/10$ e) Nenhuma das anteriores

Problema 5 (resposta aberta)

Considere o sinal discreto $x[n]$ periódico, de período 4, no qual, para a sequência de valores de n (0,1,2,3), a sequência de valores de $x[n]$ é (4,-4,0,0). Este sinal é passado por um filtro passa-baixo ideal, real, com frequência de corte $5\pi/9$. Determine a sequência dos valores da saída do filtro, para a sequência de valores de n (0,1,2,3).

Problema 6 (resposta aberta)

Considere um sistema contínuo linear e invariante no tempo cuja resposta a um impulso unitário é $h(t) = 4e^{-2t}u(t)$. Sendo o sinal à entrada deste sistema $x(t) = 0{,}5\delta(t) + e^{-4t}u(t)$,

a) determine a saída, $y(t)$, fazendo o cálculo no domínio do tempo;

b) determine a saída, $y(t)$, por meio da transformada de Laplace.

Problema 7 (resposta aberta)

Considere um filtro com resposta ao impulso $h(t)$ real, que tem a seguinte propriedade:

Aplicando ao filtro uma entrada $x(t) = h(t)$, a saída é $y(t) = \delta(t)$.

Determine uma condição necessária e suficiente, expressa em termos da resposta em frequência do filtro, $H(j\omega)$, para que aquela propriedade se verifique. A condição deverá ser tão simples quanto possível.

<u>Resolva os problemas 5, 6 e 7 em folhas separadas (uma para cada problema)</u>, indicando em todas as folhas o seu número, primeiro e último nome e o número do problema que se encontra resolvido nessa folha.