

Sinais e Sistemas – Teste de 28/5/2015

Duração: 1,5 horas

Número:	Nome:
---------	-------

Atenção:

- Para os problemas 1 a 5 indique as suas respostas, com cruces, na tabela seguinte. Os problemas 6 a 8 devem ser resolvidos em folhas separadas (pode resolver várias alíneas do mesmo problema na mesma folha). Identifique claramente todas as folhas com o seu número e os seus primeiro e último nomes.
- Nos problemas 6 e 7 deverá indicar detalhadamente, e justificar sucintamente, todos os passos. Para o problema 8, veja as indicações no próprio problema.
- Nas questões de escolha múltipla, as respostas erradas têm cotação negativa. Numa questão com a cotação de C e com n alternativas de resposta, uma resposta errada tem a cotação de $-C/(n - 1)$.
- Sugere-se que não resolva as questões do teste por ordem numérica. Sugere-se que comece pelas questões que sejam mais fáceis para si, continuando, progressivamente, para as que sejam menos fáceis para si.

Respostas aos problemas 1 a 5

Problema 1	a	b	c	d	e	f	g	—	—
Problema 2	a	b	c	d	e	f	g	—	—
Problema 3	a	b	c	d	e	f	g	h	i
Problema 4	a	b	c	d	e	f	g	—	—
Problema 5.1	a	b	c	—	—	—	—	—	—
Problema 5.2	a	b	c	—	—	—	—	—	—

Problema 1 (1,6 valores)

Um SLIT de tempo contínuo com resposta em frequência $3j\omega/\pi$ tem à entrada um sinal periódico cujo período é $1/2$ e cujos coeficientes da expansão em série de Fourier são a_k . Indique a expressão dos coeficientes da expansão em série de Fourier do sinal de saída.

- a) $18\pi jka_k$. b) $18jka_k$. c) $12jka_k$. d) $6\pi jka_k$. e) $3jka_k$. f) $2\pi jka_k$. g) Nenhuma das anteriores.

Problema 2 (1,6 valores)

Um SLIT de tempo discreto com resposta em frequência $1 - \frac{|\omega|}{\pi}$ para $|\omega| < \pi$ tem à entrada o sinal $\cos\left(\frac{2\pi}{5}n\right)$. Indique a expressão do sinal de saída.

- a) $\frac{3}{5} \cos\left(\frac{2\pi}{5}n\right)$. b) $-\frac{3}{5} \sin\left(\frac{2\pi}{5}n\right)$. c) $-\frac{2}{5} \cos\left(\frac{3\pi}{5}n\right)$. d) $\frac{2}{5} \sin\left(\frac{3\pi}{5}n\right)$.
 e) $\frac{1}{5} \cos\left(\frac{3\pi}{5}n\right)$. f) $-\frac{1}{5} \sin\left(\frac{3\pi}{5}n\right)$. g) Nenhuma das anteriores.

Problema 3 (1,6 valores)

O sinal $\cos(3t) + \sin(7t)$ é amostrado com frequência de amostragem ω_s . O sinal amostrado entra num reconstrutor ideal para a mesma frequência de amostragem. Qual a condição *menos restritiva* para a qual a saída do reconstrutor é necessariamente igual a $x(t)$?

- a) $\omega_s > 1$. b) $\omega_s > 2$. c) $\omega_s > 3$. d) $\omega_s > 6$. e) $\omega_s > 7$.
 f) $\omega_s > 14$. g) $\omega_s > 21$. h) $\omega_s > 42$. i) Nenhuma das anteriores.

Problema 4 (1,6 valores)

O sinal real $x(t)$, com frequência máxima de 0,2 rad/s, é amostrado à frequência de 0,1 amostras por segundo (note que esta frequência não é angular). O sinal amostrado é passado por um filtro com resposta em frequência $e^{-j\Omega/2}$ para $|\Omega| < \pi$. A saída do filtro entra num reconstrutor ideal para a mesma frequência de amostragem. Qual o sinal de saída do reconstrutor?

- a) $0,1 x'(t)$. b) $0,2 x'(t)$. c) $x'(t)$. d) $x(t - 5)$.
 e) $x(t - 2,5)$. f) $x(t - 0,5)$. g) Nenhum dos anteriores.

Problema 5

Dois SLITS causais e estáveis têm, respectivamente, funções de transferência com as expressões

$$\frac{K}{(s - s_1)(s - s_1^*)} \quad \text{e} \quad \frac{K}{(s - s_2)(s - s_2^*)}, \quad \text{com} \quad s_1 = a + jb, \quad s_2 = 2a + jb, \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad b \neq 0.$$

Sejam $r_1(t)$ e $r_2(t)$, respectivamente, as respostas desses dois sistemas ao escalão unitário. Indique, para cada um dos seguintes grupos de afirmações, qual a afirmação verdadeira:

5.1) (0,8 valores) Relativamente às frequências de oscilação:

- a) As de r_1 e de r_2 são iguais. b) A de r_1 é maior que a de r_2 . c) A de r_1 é menor que a de r_2 .

5.2) (0,8 valores) Relativamente às sobrelevações:

- a) As de r_1 e de r_2 são iguais. b) A de r_1 é maior que a de r_2 . c) A de r_1 é menor que a de r_2 .

Problema 6 (2,3 valores)

Considere o SLIT de tempo discreto cuja resposta em frequência é

$$\frac{4 + e^{-2j\omega}}{2 - e^{-j\omega}}.$$

Determine a sua resposta ao impulso unitário.

Problema 7

Considere o SLIT de tempo contínuo com função de transferência

$$\frac{2(s - 1)(s + 20)}{s + 1} \quad \text{para} \quad \text{Re}(s) > -1.$$

7.1) (2,8 valores) Esboce os diagramas de Bode assintóticos de amplitude e de fase do sistema. Coloque nos gráficos indicações suficientes para que eles fiquem univocamente definidos.

7.2) (2,2 valores) Determine a resposta do sistema ao impulso unitário.

7.3) (2,7 valores) Determine um sinal de entrada que produza a resposta $\delta(t - 2)$.

Se não souber resolver esta alínea, determine um sinal de entrada que produza a resposta $\delta(t)$ (2 valores).

Problema 8

Neste problema pretende-se uma derivação muito rigorosa dos resultados. Deverá indicar detalhadamente e justificar cuidadosamente todos os passos, como numa demonstração de matemática.

Considere um SLIT de tempo contínuo, causal e estável, com função de transferência $H(s)$ racional. Seja $r(t)$ a resposta do sistema ao escalão unitário.

8.1 (1 valor) Admita que a resposta do sistema ao impulso não apresenta impulsos nem derivadas de impulsos na origem. Prove que $\lim_{t \rightarrow +\infty} r(t) = H(0)$.

8.2 (1 valor) Prove que, mesmo sem se admitir que a resposta do sistema ao impulso não apresenta impulsos nem derivadas de impulsos na origem, se tem $\lim_{t \rightarrow +\infty} r(t) = H(0)$.