Sinais e Sistemas, 2007/2008 – 1º semestre

Soluções do 1º teste

Soluções

As quatro versões do enunciado consideram-se designadas pelas letras A a D, pela ordem por que foram publicadas. As soluções dos problemas 1 a 4 são

Versão	P1	P2	P3	P4
A	d	a	a	b
B	d	c	b	d
C	c	b	c	a
D	c	d	d	c

Problema 5

Apresenta-se uma demonstração para cada versão do enunciado. Nalguns casos havia outras formas diferentes, igualmente válidas, de fazer as demonstrações.

Versão A

- Considere-se um sinal de entrada qualquer $x_1(t)$, e seja $y_1(t)$ a correspondente resposta do sistema.
- Fazendo $x(t) = 0 \cdot x_1(t)$ tem-se $x(t) = 0 \ \forall t$.
- Por outro lado, pela linearidade do sistema, a resposta a $x(t) = 0 \cdot x_1(t)$ é $y(t) = 0 \cdot y_1(t)$, que é nulo para todo o *t*.
- Portanto, o sinal de entrada $x(t) = 0 \ \forall t$ produz a saída $y(t) = 0 \ \forall t$.

Versão B

- Seja $x(t)$ o sinal de entrada periódico, de período *T*. Então $x(t) = x(t+T)$.
- Seja $y(t)$ a resposta do sistema a $x(t)$. Pela invariância do sistema sabemos que a resposta a $x(t+T)$ é $y(t+T)$.
- Dado que $x(t) = x(t+T)$, as respostas a $x(t)$ e a $x(t+T)$ têm de ser iguais. Portanto $y(t) = y(t+T)$, o que prova que o sinal de saída é periódico.

Versão C

- Faça-se $x(t) = e^{at}$. Temos $x(t+\tau) = e^{a(t+\tau)} = e^{a\tau}e^{at} = e^{a\tau}x(t)$.

- Seja $y(t)$ a resposta do sistema a $x(t)$. Dado que o sistema é invariante, a resposta a $x(t+\tau)$ é $y(t+\tau)$.
- Por outro lado, dado que o sistema é linear, a resposta a $e^{a\tau}x(t)$ é $e^{a\tau}y(t)$. Como $x(t+\tau)=e^{a\tau}x(t)$, a resposta a $x(t+\tau)$ é $e^{a\tau}y(t)$.
- Dos dois pontos anteriores resulta que $y(t+\tau)=e^{a\tau}y(t)$.
- Fazendo $t=0$ fica $y(\tau)=y(0)e^{a\tau}$, que é a igualdade pedida.

Versão D

- Considere-se um sinal de entrada $x(t)$ tal que $|x(t)|<X\ \forall t$, e seja $y(t)$ a saída correspondente. Podemos desde já concluir que $X>0$.
- O sistema é linear. Por esse motivo, aplicando-lhe à entrada o sinal $x_1(t)=x(t)/X$ obtém-se à saída $y_1(y)=y(t)/X$.
- Como $|x_1(t)|<1\ \forall t$, conclui-se, dos dados do problema, que $|y_1(t)|<2\ \forall t$.
- Dado que $X>0$, tem-se $|X\ y_1(t)|=X|y_1(t)|<2X\ \forall t$. Como $X\ y_1(t)=y(t)$, tem-se $|y(t)|<2X\ \forall t$.