Sinais e Sistemas – 2005/06, 2º semestre

Soluções do 1º mini-teste

Chaves das perguntas de resposta múltipla para as quatro versões do enunciado, pela mesma ordem por que estas versões foram publicadas:

- Versão A: 1-c, 2-d, 3-a, 4-d.
- Versão B: 1-a, 2-b, 3-b, 4-e.
- Versão C: 1-d, 2 - c ou e[*], 3-c, 4-d.
- Versão D: 1-c, 2-d, 3-d, 4-d.

Resolução do 5º problema para a versão A do enunciado:

- $y(t) = 2\delta(t-3) - \delta(t+5)$ (do enunciado).
- Sabe-se que a parte par do sinal y é dada por $y_p(t) = \dfrac{y(t)+y(-t)}{2}$. Aplicando a este caso,

  $$y_p(t) = \delta(t-3) - \frac{1}{2}\delta(t+5) + \delta(-t-3) - \frac{1}{2}\delta(-t+5) .$$

- O sinal δ é par, pelo que podemos trocar o sinal do seu argumento sem alterar o seu valor. Portanto,

  $$y_p(t) = \delta(t-3) - \frac{1}{2}\delta(t+5) + \delta(t+3) - \frac{1}{2}\delta(t-5) .$$

- O integral pedido é então dado por

  $$\begin{aligned}\int_{-8}^{4} x(t-2)\, y_p(t)\, dt &= \int_{-8}^{4} x(t-2)\left[\delta(t-3) - \frac{1}{2}\delta(t+5) + \delta(t+3) - \frac{1}{2}\delta(t-5)\right] dt \\ &= \int_{-8}^{4} x(t-2)\,\delta(t-3)\, dt - \frac{1}{2}\int_{-8}^{4} x(t-2)\,\delta(t+5)\, dt + \int_{-8}^{4} x(t-2)\,\delta(t+3)\, dt - \frac{1}{2}\int_{-8}^{4} x(t-2)\,\delta(t-5)\, dt\end{aligned}$$

- A função $\delta(t-5)$ é nula no intervalo de integração, pelo que a última parcela da soma acima se anula. Para as outras parcelas usamos a propriedade $f(t)\,\delta(t-t_0) = f(t_0)\,\delta(t-t_0)$, obtendo

  $$\begin{aligned}\int_{-8}^{4} x(t-2)\, y_p(t)\, dt &= \int_{-8}^{4} x(3-2)\,\delta(t-3)\, dt - \frac{1}{2}\int_{-8}^{4} x(-5-2)\,\delta(t+5)\, dt + \int_{-8}^{4} x(-3-2)\,\delta(t+3)\, dt \\ &= x(1)\int_{-8}^{4} \delta(t-3)\, dt - \frac{1}{2}x(-7)\int_{-8}^{4} \delta(t+5)\, dt + x(-5)\int_{-8}^{4} \delta(t+3)\, dt\end{aligned}$$

- Todos os integrais da última expressão acima são iguais a 1, porque são integrais de impulsos unitários em intervalos que contêm a localização do impulso. Por esse motivo,

  $$\int_{-8}^{4} x(t-2)\, y_p(t)\, dt = x(1) - \frac{1}{2}x(-7) + x(-5) .$$

---

[*] Dependendo da interpretação do enunciado, podia considerar-se certa a resposta c) ou a e).

Nota: Esta é uma resolução detalhada. Forem aceites como totalmente certas algumas resoluções um pouco menos detalhadas do que esta (infelizmente foram muito poucas). A seguir apresenta-se um exemplo de uma resolução pouco detalhada e muito insuficientemente justificada, que como tal teria uma cotação bastante baixa. Infelizmente vários alunos apresentaram resoluções com graus de detalhe e de justificação semelhantes a este.

- $y_p(t) = \delta(t-3) - \frac{1}{2}\delta(t+5) + \delta(-t-3) - \frac{1}{2}\delta(-t+5)$

- $\int_{-8}^{4} x(t-2)\left[\delta(t-3) - \frac{1}{2}\delta(t+5)\,dt + \delta(-t-3)\,dt - \frac{1}{2}\delta(-t+5)\right]dt =$

$= \int_{-8}^{4} x(t-2)\,\delta(t-3)\,dt - \frac{1}{2}\int_{-8}^{4} x(t-2)\,\delta(t+5)\,dt + \int_{-8}^{4} x(t-2)\,\delta(-t-3)\,dt - \frac{1}{2}\int_{-8}^{4} x(t-2)\,\delta(-t+5)\,dt$

$= x(1) - \frac{1}{2}x(-7) + x(-5)$ porque o último integral acima é nulo.