Sinais e Sistemas

Teste de 5/11/2010

Resolução da versão A

Problema 1

Para $N = 6$ tem-se $x(n+N) = e^{j5\pi(n+6)/3} = e^{j5\pi n/3}e^{j10\pi n} = e^{j5\pi n/3} = x(n)$. Este é o menor valor de N para o qual $x(n+N) = x(n)$. Portanto a resposta é a d).

Problema 2

Tem-se $x_2(t) = x_1(t) - x_1(t-\frac{1}{2})$, mas $y_2(t) \neq y_1(t) - y_1\left(t-\frac{1}{2}\right)$. Portanto o sistema não é linear: resposta b).

Problema 3.1

O sinal de entrada é

$$x(t) = e^{2t}u(-t) + e^{-2t}u(t).$$

De acordo com o formulário, a sua transformada de Fourier é

$$\begin{aligned} X(j\omega) &= -\frac{1}{j\omega - 2} + \frac{1}{j\omega + 2} \\ &= -\frac{4}{(j\omega - 2)(j\omega + 2)}. \end{aligned}$$

A transformada de Fourier do sinal de saída é

$$\begin{aligned} Y(j\omega) &= X(j\omega)H(j\omega) \\ &= -\frac{4}{(j\omega - 2)(j\omega + 1)} \\ &= -\frac{4/3}{j\omega - 2} + \frac{4/3}{j\omega + 1}. \end{aligned}$$

De acordo com o formulário, a transformada inversa é

$$y(t) = \frac{4}{3}[e^{2t}u(-t) + e^{-t}u(t)].$$

Problema 3.2

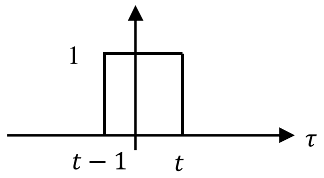
A resposta do sistema ao impulso unitário é par. Portanto a sua transformada de Fourier também é par. Se à entrada tivermos um sinal ímpar (portanto com transformada de Fourier ímpar), a transformada de Fourier da saída, que é o produto das duas, é também ímpar. Portanto o sinal de saída, no tempo, é ímpar. Logo, a alternativa d) é verdadeira.

Problema 4

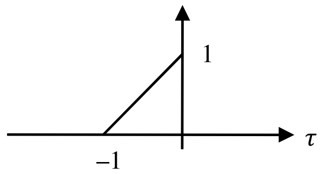
Pretende-se calcular

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau.$$

Os gráficos de $h(\tau)$ e de $x(t-\tau)$ são



$x(t-\tau)$



$h(\tau)$

Então:

- Para $t < -1$ e para $t - 1 > 0$, tem-se $y(t) = 0$.
- Para $-1 < t < 0$,

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{-1}^{t} (t+1)dt \\ &= \frac{t^2}{2} + t + \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

- Para $0 < t < 1$,

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{t-1}^{0} (t+1)dt \\ &= -\frac{t^2}{2} + \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Problema 5

Tem-se

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{k=-\infty}^{-1} c^{-k} e^{jk\omega_0 t} + \sum_{k=1}^{+\infty} c^k e^{jk\omega_0 t} \\ &= \sum_{k=1}^{+\infty} c^k e^{-jk\omega_0 t} + \sum_{k=1}^{+\infty} c^k e^{jk\omega_0 t} \\ &= \frac{ce_0^{-j\omega_0 t}}{1 - ce_0^{-j\omega t}} + \frac{ce_0^{j\omega_0 t}}{1 - ce_0^{j\omega t}} \\ &= \frac{ce_0^{-j\omega_0 t} - c^2 + ce_0^{j\omega_0 t} - c^2}{\left(1 - ce_0^{-j\omega t}\right)\left(1 - ce_0^{j\omega t}\right)} \\ &= \frac{2c\cos\omega_0 t - 2c^2}{1 - 2c\cos\omega_0 t + c^2}\ . \end{aligned}$$