Formulário

Séries de Fourier

$x(t-t_0)$	$e^{-jk\omega_0 t_0} a_k$	$x'(t)$	$jk\omega_0 a_k$
$\int_T x(\tau)y(t-\tau)d\tau$	$Ta_k b_k$	$x(t)y(t)$	$\sum_{l=-\infty}^{\infty} a_l b_{k-l}$
$\frac{1}{T}\int_T \lvert x(t)\rvert^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \lvert a_k\rvert^2$ $\frac{1}{T}\int_T x(t)y^*(t)dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k b_k^*$		$x(t) = \begin{cases} 1 & \lvert t\rvert < \tau \\ 0 & \tau < \lvert t\rvert < T/2 \end{cases}$	$a_k = \frac{2\tau}{T}\frac{\sin(k\omega_0\tau)}{k\omega_0\tau} \quad (k \neq 0)$ $a_0 = \frac{2\tau}{T}$

Transformada de Fourier de sinais de tempo contínuo – propriedades

$e^{j\omega_0 t}x(t)$	$X[j(\omega-\omega_0)]$	$x(at)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert} X\left(\frac{j\omega}{a}\right)$
$x(t)y(t)$	$\frac{1}{2\pi} X(j\omega) * Y(j\omega)$	$\int_{-\infty}^{t} x(\tau)\,d\tau$	$\frac{1}{j\omega} X(j\omega) + \pi X(0)\delta(\omega)$
$tx(t)$	$j\frac{dX(j\omega)}{d\omega}$	$\int_{-\infty}^{\infty} \lvert x(t)\rvert^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \lvert X(j\omega)\rvert^2 d\omega$ $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)y^*(t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega)Y^*(j\omega)d\omega$	

Transformadas de Fourier de alguns sinais de tempo contínuo

$u(t)$	$\frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega)$	$\begin{cases} 1 & \lvert t\rvert < T \\ 0 & \lvert t\rvert > T \end{cases}$	$\frac{2\sin\omega T}{\omega}$
$e^{-at}u(t), \quad \mathrm{Re}(a) > 0$	$\frac{1}{a+j\omega}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-at}u(t), \quad \mathrm{Re}(a) > 0$	$\frac{1}{(a+j\omega)^n}$
$-e^{-at}u(-t), \quad \mathrm{Re}(a) < 0$	$\frac{1}{a+j\omega}$	$-\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-at}u(-t), \quad \mathrm{Re}(a) < 0$	$\frac{1}{(a+j\omega)^n}$
$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega-\omega_0)$		

Transformada de Fourier de sinais de tempo discreto - propriedades

$e^{j\omega_0 n}x[n]$	$X[e^{j(\omega-\omega_0)}]$	$x[n]y[n]$	$\frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} X(e^{j\theta})Y[e^{j(\omega-\theta)}]d\theta$
$\sum_{m=-\infty}^{n} x[m]$	$\frac{1}{1-e^{-j\omega}} X(e^{j\omega}) + \pi X(e^{j0})\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-2\pi k)$		
$nx[n]$	$j\frac{dX(e^{j\omega})}{d\omega}$	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \lvert x[n]\rvert^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} \lvert X(e^{j\omega})\rvert^2 d\omega$ $\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]y^*[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} X(e^{j\omega})Y^*(e^{j\omega})d\omega$	

Transformadas de Fourier de alguns sinais de tempo discreto

$u[n]$	$\dfrac{1}{1-e^{-j\omega}}+\pi\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-2\pi k)$	$\begin{cases}1 & \|n\|\le N\\ 0 & \|n\|>N\end{cases}$	$\dfrac{\sin[\omega(N+1/2)]}{\sin(\omega/2)}$
$a^n u[n],\quad \|a\|<1$	$\dfrac{1}{1-ae^{-j\omega}}$	$\dfrac{(n+r-1)!}{n!(r-1)!}a^n u[n],\quad \|a\|<1$	$\dfrac{1}{(1-ae^{-j\omega})^r}$
$-a^n u[-n-1],\quad \|a\|>1$	$\dfrac{1}{1-ae^{-j\omega}}$	$-\dfrac{(n-1)!}{(n-r)!(r-1)!}a^n u[-n-r],\quad \|a\|>1$	$\dfrac{1}{(1-ae^{-j\omega})^r}$
$e^{j\omega_0 n}$	$2\pi\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-\omega_0-2k\pi)$		

Transformada de Laplace – propriedades (não se indicam as regiões de convergência)

$e^{s_0 t}x(t)$	$X(s-s_0)$	$x(at)$	$\dfrac{1}{\|a\|}X\left(\dfrac{s}{a}\right)$
$-tx(t)$	$\dfrac{dX(s)}{ds}$	$\int_{-\infty}^{t}x(\tau)\,d\tau$	$\dfrac{1}{s}X(s)$

Transformadas de Laplace de alguns sinais de tempo contínuo

Nota: estas transformadas são válidas para qualquer $a\in\mathbb{C}$, apesar de isso não vir mencionado na tabela que figura no livro-base da disciplina.

$e^{-at}u(t)$	$\dfrac{1}{s+a},\quad \mathrm{Re}(s)>\mathrm{Re}(-a)$	$\dfrac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-at}u(t)$	$\dfrac{1}{(s+a)^n},\quad \mathrm{Re}(s)>\mathrm{Re}(-a)$
$-e^{-at}u(-t)$	$\dfrac{1}{s+a},\quad \mathrm{Re}(s)<\mathrm{Re}(-a)$	$-\dfrac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-at}u(-t)$	$\dfrac{1}{(s+a)^n},\quad \mathrm{Re}(s)<\mathrm{Re}(-a)$

Parâmetros das respostas no tempo de sistemas de tempo contínuo, de 1ª e 2ª ordem só com pólos

1ª ordem	$t_r(10\%-90\%)\approx 2.2\tau$ $t_r(5\%-95\%)\approx 2.95\tau$ $t_s(5\%)\approx 3\tau$	
2ª ordem sub-amortecidos	$\omega_a=\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$ $\psi=\arccos\,\xi$ $t_p=\pi/\omega_a$	$t_r(0-100\%)=(\pi-\psi)/\omega_a$ $t_s(5\%)\approx 3\tau,\quad \tau=1/(\xi\omega_n)$ $S=e^{-\pi\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}=e^{-\pi\cot\psi}$
2ª ordem criticamente amortecidos	$t_r(10\%-90\%)\approx 3.4/\omega_n$ $t_r(5\%-95\%)\approx 4.4/\omega_n$ $t_s(5\%)\approx 4.8/\omega_n$	
2ª ordem sobre-amortecidos com $\xi>>1$	$p_1\approx-\omega_n/(2\xi)$ $p_2\approx-2\xi\omega_n$ $\tau=-1/p_1$	$t_r(10\%-90\%)\approx 2.2\tau$ $t_r(5\%-95\%)\approx 2.95\tau$ $t_s(5\%)\approx 3\tau$

Pico do módulo da resposta em frequência de sistemas de 2ª ordem só com pólos.

Para $\xi<\frac{\sqrt{2}}{2},\quad \omega_m=\omega_n\sqrt{1-2\xi^2}$ e $|H(j\omega_m)|=\frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}|H(0)|.$