

## Formulário

### Séries de Fourier

$x(t-t_0)$	$e^{-jk\omega_0 t_0} a_k$	$x'(t)$	$jk\omega_0 a_k$
$\int_T x(\tau)y(t-\tau)d\tau$	$Ta_k b_k$	$x(t)y(t)$	$\sum_{l=-\infty}^{\infty} a_l b_{k-l}$
$\frac{1}{T} \int_T  x(t) ^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty}  a_k ^2$ $\frac{1}{T} \int_T x(t)y^*(t)dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k b_k^*$		$x(t) = \begin{cases} 1 &  t  < \tau \\ 0 & \tau <  t  < T/2 \end{cases}$	$a_k = \frac{2\tau}{T} \frac{\sin(k\omega_0\tau)}{k\omega_0\tau} \quad (k \neq 0)$ $a_0 = \frac{2\tau}{T}$

### Transformada de Fourier de sinais contínuos - propriedades

$e^{j\omega_0 t} x(t)$	$X[j(\omega - \omega_0)]$	$x(at)$	$\frac{1}{ a } X\left(\frac{j\omega}{a}\right)$
$x(t)y(t)$	$\frac{1}{2\pi} X(j\omega) * Y(j\omega)$	$\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$	$\frac{1}{j\omega} X(j\omega) + \pi X(0)\delta(\omega)$
$tx(t)$	$j \frac{dX(j\omega)}{d\omega}$	$\int_{-\infty}^{\infty}  x(t) ^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty}  X(j\omega) ^2 d\omega$ $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)y^*(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega)Y^*(j\omega)d\omega$	

### Transformadas de Fourier de alguns sinais contínuos

$u(t)$	$\frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega)$	$\begin{cases} 1 &  t  < T \\ 0 &  t  > T \end{cases}$	$\frac{2 \sin \omega T}{\omega}$
$e^{-at}u(t), \text{ Re}(a) > 0$	$\frac{1}{a + j\omega}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-at}u(t), \text{ Re}(a) > 0$	$\frac{1}{(a + j\omega)^n}$
$-e^{-at}u(-t), \text{ Re}(a) < 0$	$\frac{1}{a + j\omega}$	$-\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-at}u(-t), \text{ Re}(a) < 0$	$\frac{1}{(a + j\omega)^n}$
$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega - \omega_0)$		

### Transformada de Fourier de sinais discretos - propriedades

$e^{j\omega_0 n} x[n]$	$X[e^{j(\omega - \omega_0)}]$	$x[n]y[n]$	$\frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(e^{j\theta})Y[e^{j(\omega - \theta)}]d\theta$
$\sum_{m=-\infty}^n x[m]$	$\frac{1}{1 - e^{-j\omega}} X(e^{j\omega}) + \pi X(e^{j0}) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - 2\pi k)$		
$nx[n]$	$j \frac{dX(e^{j\omega})}{d\omega}$	$\sum_{n=-\infty}^{\infty}  x[n] ^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi}  X(e^{j\omega}) ^2 d\omega$ $\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]y^*[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(e^{j\omega})Y^*(e^{j\omega})d\omega$	

**Transformadas de Fourier de alguns sinais discretos**

$u[n]$	$\frac{1}{1-e^{-j\omega}} + \pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - 2\pi k)$	$\begin{cases} 1 &  n  \leq N \\ 0 &  n  > N \end{cases}$	$\frac{\sin[\omega(N+1/2)]}{\sin(\omega/2)}$
$a^n u[n],  a  < 1$	$\frac{1}{1-ae^{-j\omega}}$	$\frac{(n+r-1)!}{n!(r-1)!} a^n u[n],  a  < 1$	$\frac{1}{(1-ae^{-j\omega})^r}$
$-a^n u[-n-1],  a  > 1$	$\frac{1}{1-ae^{-j\omega}}$	$-\frac{(n-1)!}{(n-r)!(r-1)!} a^n u[-n-r],  a  > 1$	$\frac{1}{(1-ae^{-j\omega})^r}$
$e^{j\omega_0 n}$	$2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - \omega_0 - 2k\pi)$		

**Transformada de Laplace – propriedades (não se indicam as regiões de convergência)**

$e^{s_0 t} x(t)$	$X(s - s_0)$	$x(at)$	$\frac{1}{ a } X\left(\frac{s}{a}\right)$
$-tx(t)$	$\frac{dX(s)}{ds}$	$\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$	$\frac{1}{s} X(s)$

**Transformadas de Laplace de alguns sinais contínuos**

Nota: estas transformadas são válidas para qualquer  $a \in \mathbb{C}$ , apesar de isso não vir mencionado na tabela que figura no livro-base da disciplina.

$e^{-at} u(t)$	$\frac{1}{s+a}, \text{Re}(s) > \text{Re}(-a)$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-at} u(t)$	$\frac{1}{(s+a)^n}, \text{Re}(s) > \text{Re}(-a)$
$-e^{-at} u(-t)$	$\frac{1}{s+a}, \text{Re}(s) < \text{Re}(-a)$	$-\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-at} u(-t)$	$\frac{1}{(s+a)^n}, \text{Re}(s) < \text{Re}(-a)$

**Parâmetros das respostas no tempo de sistemas de 1ª e 2ª ordem só com pólos**

<b>1ª ordem</b>	$t_r(10\% - 90\%) \approx 2.2 \tau$ $t_r(5\% - 95\%) \approx 2.95 \tau$ $t_s(5\%) \approx 3 \tau$
<b>2ª ordem sub-amortecidos</b>	$\omega_a = \omega_n \sqrt{1-\xi^2}$ $\psi = \arccos \xi$ $t_p = \pi / \omega_a$ $t_r(0 - 100\%) = (\pi - \psi) / \omega_a$ $t_s(5\%) \approx 3 \tau$ $S = e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} t} = e^{-\pi \cot \psi}$
<b>2ª ordem criticamente amortecidos</b>	$t_r(10\% - 90\%) \approx 3.4 / \omega_n$ $t_r(5\% - 95\%) \approx 4.4 / \omega_n$ $t_s(5\%) \approx 4.8 / \omega_n$
<b>2ª ordem sobre-amortecidos com <math>\xi \gg 1</math></b>	$t_r(10\% - 90\%) \approx 2.2 \tau$ $t_r(5\% - 95\%) \approx 2.95 \tau$ $t_s(5\%) \approx 3 \tau$