

**Sinais e Sistemas – Exame de 11/6/2015**

Duração: Exame – 3 horas. 1º ou 2º testes – 1,5 horas.

Número:	Nome:
---------	-------

**Atenção:**

- O 1º teste é constituído pelos problemas 1 a 8. O 2º teste é constituído pelos problemas 9 a 17. O exame é constituído por todos os problemas.
- Para os problemas 1, 4 e 9 a 12, indique as suas respostas, com cruces, na tabela seguinte. Para os problemas 2 e 3, veja as indicações nos próprios problemas. Os problemas 5 a 8 e 13 a 17 devem ser resolvidos em folhas separadas (pode resolver várias alíneas do mesmo problema na mesma folha). Identifique claramente todas as folhas com o seu número e os seus primeiro e último nomes.
- Nos problemas 5 a 7 e 13 a 16 deverá indicar detalhadamente, e justificar sucintamente, todos os passos. Para os problemas 8 e 17, veja as indicações nos próprios problemas.
- No 1º teste, as cotações são multiplicadas por 20/8,2. No 2º teste, são multiplicadas por 20/11,8.
- Nas questões de escolha múltipla, as respostas erradas têm cotação negativa. Numa questão com a cotação de  $C$  e com  $n$  alternativas de resposta, uma resposta errada tem a cotação de  $-C/(n - 1)$ .
- Sugere-se que não resolva as questões por ordem numérica. Sugere-se que comece pelas questões que sejam mais fáceis para si, continuando, progressivamente, para as que sejam menos fáceis para si.

**Respostas aos problemas 1 a 4 e 9 a 12**

<b>Problema 1</b>	a	b	c	d	e	f	g	h	—
<b>Problema 2</b>	a	b	c	d	e	f	—	—	—
<b>Problema 3</b>	a	b	c	—	—	—	—	—	—
<b>Problema 4</b>	a	b	c	d	e	f	g	h	—
<b>Problema 9</b>	a	b	c	d	e	f	g	h	i
<b>Problema 10</b>	a	b	c	d	e	—	—	—	—
<b>Problema 11</b>	a	b	c	d	e	f	g	h	i
<b>Problema 12.1</b>	a	b	c	d	e	f	g	—	—
<b>Problema 12.2</b>	a	b	c	d	e	f	g	h	—

**Problema 1** (0,8 valores)

Indique o período do sinal de tempo discreto  $\sin\left(\frac{5}{3}\pi n\right)$ .

- a) 10.    b) 6.    c) 5.    d) 3.    e)  $\frac{6}{5}$ .    f)  $\frac{3}{5}$ .    g) O sinal não é periódico.    h) Nenhum dos anteriores.

**Problema 2** (0,8 valores)

Responda a este problema colocando “V” ou “F” nas casas correspondentes às várias alíneas, na tabela acima.

Considere o sistema de tempo discreto definido pela equação  $y(n) = 3\sin(n\pi/3)x(n + 1)$ . Diga se o sistema é:

- a) Sem memória.    b) Causal.    c) Linear.    d) Invariante no tempo.    e) Estável.    f) Invertível.

**Problema 3** (0,8 valores)

Responda a este problema colocando “V” ou “F” nas casas correspondentes às várias alíneas, na tabela acima.

Determinado SLIT tem resposta ao impulso  $u(t + 1) + 2u(t - 2)$ . Indique se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas:

- a) O sistema é causal.    b) O sistema tem memória.    c) O sistema é estável.

**Problema 4** (0,8 valores)

O SLIT de tempo contínuo com resposta em frequência  $3j(\omega + \omega^3)$  tem à entrada o sinal  $\sin(2t)$ . Indique o sinal de saída.

- a)  $-2\sin(2t)$ .    b)  $3\sin(2t)$ .    c)  $-6\cos(2t)$ .    d)  $10\cos(2t)$ .    e)  $-20\sin(2t)$ .  
 f)  $30\cos(2t)$ .    g)  $-60\cos(2t)$ .    h) Nenhum dos anteriores.

**Problema 5** (1,1 valores)

Determine a convolução dos sinais de tempo contínuo  $x(t) = u(-t)$  e  $h(t) = \begin{cases} e^{2t} & \text{para } 0 < t < 5 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$

Faça os cálculos no domínio do tempo, sem recorrer ao uso de transformadas.

**Problema 6** (1,1 valores)

O sinal de tempo contínuo  $x(t)$ , periódico, com período  $3\pi$ , tem expansão em série de Fourier com coeficientes  $a_k = 4^{-|k|}$ . Esse sinal é colocado à entrada dum SLIT com resposta ao impulso  $e^{-2t}u(t)$ . Determine a expressão dos coeficientes da expansão em série de Fourier do sinal de saída.

**Problema 7**

Considere o SLIT de tempo contínuo com resposta em frequência  $H(j\omega) = \frac{j\omega - 2}{(j\omega - 3)(j\omega + 4)}$ .

**7.1)** (1 valor) Determine a equação diferencial a que esse sistema obedece.

**7.2)** (1 valor) Esse sistema tem à entrada o sinal  $\frac{\sin(4t)}{3t}$ . Determine a transformada de Fourier do sinal de saída.

**Problema 8** (0,8 valores)

*Neste problema pretende-se uma derivação muito rigorosa dos resultados. Deverá detalhar e justificar cuidadosamente todos os passos.*

Considere a cascata de dois SLITs, em que o primeiro se encontra definido pela equação diferencial  $y(t) = x'(t)$ , e o segundo pela sua resposta ao impulso,  $h(t) = e^{-at}u(t)$  com  $a > 0$ . Aplica-se à entrada desta cascata o sinal  $\sin(\omega t)$ . Determine, em função de  $a$ , um valor de  $\omega$  que origine à saída um sinal com amplitude  $1/5$ , isto é, um sinal  $z(t)$  tal que  $|z(t)| \leq 1/5$ , sendo  $|z(t)| = 1/5$  pelo menos para um valor de  $t$ .

**Problema 9** (1 valor)

Considere um sinal de tempo contínuo  $x(t)$ , periódico, de período 10, com coeficientes da expansão em série de Fourier  $a_k = 2^{-|k|}$ . Sejam  $b_k$  os coeficientes da expansão em série de Fourier do sinal  $3x(t - 5)$ . Indique o valor de  $b_3$ .

- a)  $\frac{1}{8}$ .    b)  $\frac{j}{8}$ .    c)  $-\frac{3}{8}$     d)  $-\frac{5j}{8}$ .    e)  $\frac{1}{4}$     f)  $\frac{j}{4}$     g)  $-\frac{3}{4}$     h)  $-\frac{5j}{4}$     i) Nenhum dos anteriores.

**Problema 10** (1 valor)

Indique a expressão da transformada de Fourier do sinal de tempo discreto  $x(n) = \begin{cases} 2^n & \text{para } 2 \leq n \leq 8 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$

- a)  $\frac{4e^{-j2\omega} - 512e^{-j9\omega}}{1 - 2e^{-j\omega}}$ .    b)  $\frac{4e^{-j2\omega} - 256e^{-j8\omega}}{1 - 2e^{-j\omega}}$ .    c)  $\frac{4e^{-j2\omega} - 512e^{-j9\omega}}{1 - e^{-j\omega}}$ .    d)  $\frac{4e^{-j2\omega} - 256e^{-j8\omega}}{1 - e^{-j\omega}}$ .  
 e) Nenhuma das anteriores.

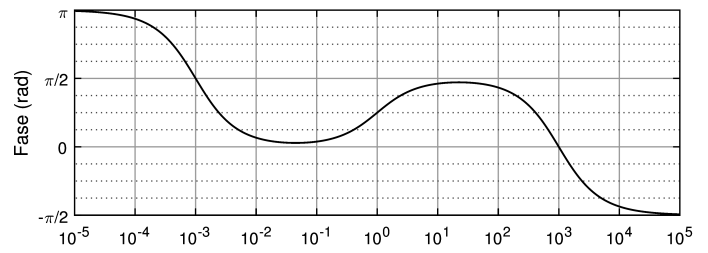
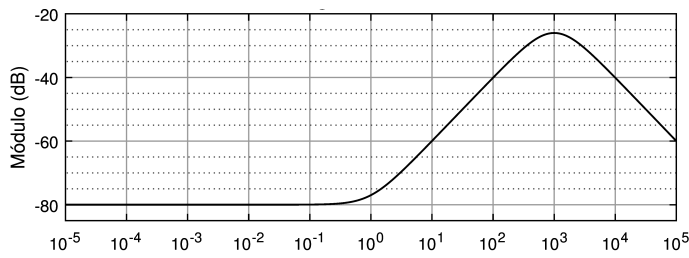
**Problema 11** (1 valor)

Considere o sistema causal de tempo discreto que obedece à equação  $y(n) - 3y(n-1) = x(n)$ . Seja  $y(n)$  a resposta desse sistema ao sinal  $(n+1)u(n)$ . Indique o valor de  $y(1)$ .

- a) 1.    b) 2.    c) 3.    d) 4.    e) 5.    f) 6.    g) 7.    h) 8.    i) Nenhum dos anteriores.

**Problema 12**

Considere o sistema com os diagramas de Bode apresentados nas figuras seguintes.



**12.1)** (0,5 valores) Indique uma expressão da função de transferência que seja compatível com esses diagramas. Nestas expressões,  $K$  é uma constante.

- a)  $\frac{K(s - 0,001)(s + 1)}{(s + 0,001)(s^2 + 200s + 10^6)}$ ,    b)  $\frac{K(s - 0,001)(s + 1)}{(s + 0,001)(s^2 + 2000s + 10^6)}$ ,    c)  $\frac{K(s - 1)}{(s^2 + 200s + 10^6)}$ ,    d)  $\frac{K(s - 1)}{(s^2 + 2000s + 10^6)}$ ,  
 e)  $\frac{K(s + 1)}{(s^2 + 200s + 10^6)}$ ,    f)  $\frac{K(s + 1)}{(s^2 + 2000s + 10^6)}$ ,    g) Nenhuma das anteriores.

**12.2)** (0,5 valores) Indique o valor de  $|K|$ .

- a) 0,001.    b) 0,01.    c) 0,1.    d) 1.    e) 10.    f) 100.    g) 1000.    h) Nenhum dos anteriores.

**Problema 13** (1,6 valores)

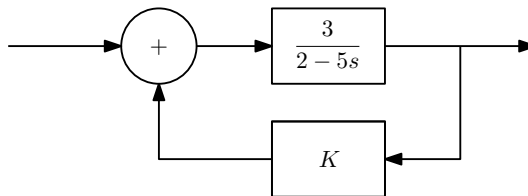
Um sistema de processamento discreto de sinais de tempo contínuo é constituído por um amostrador ideal à frequência  $\omega_s = 20$ , seguido dum filtro de tempo discreto com resposta em frequência  $H_d(e^{j\Omega})$ , o qual é seguido por um reconstrutor ideal para a frequência de amostragem  $\omega_s$ . Coloca-se à entrada do sistema o sinal  $\sin(5t) + \sin(8t)$ . Sabendo que

$$H(e^{j\Omega}) = \begin{cases} 2 & \text{para } |\Omega| < \frac{2\pi}{5} \\ 3 & \text{para } \frac{2\pi}{5} < |\Omega| < \pi, \end{cases}$$

determine o sinal de saída do sistema.

**Problema 14** (1,7 valores)

Considere o sistema causal com a estrutura indicada na figura seguinte.



Determine a gama de valores de  $K$  para a qual o sistema é estável.

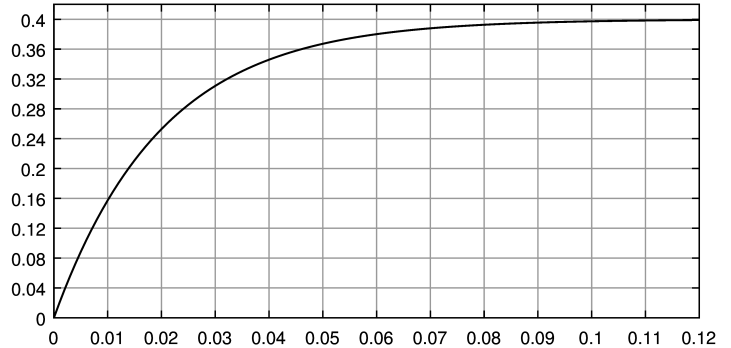
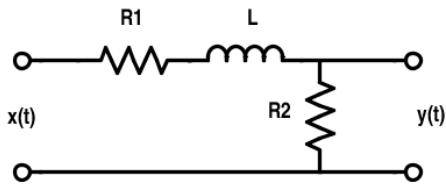
**Problema 15** (1,7 valores)

Considere o sistema estável com função de transferência  $\frac{s - 3}{s^2 - 4s - 5}$ . Determine a sua resposta ao sinal  $u(t)$ . Não se esqueça de justificar o seu raciocínio, inclusive no que se refere às regiões de convergência.

**Problema 16** (1,6 valores)

Considere o circuito da figura da esquerda. A sua resposta ao escalão unitário é mostrada na figura da direita (a escala de tempos está graduada em segundos). Sabendo que  $R_1 = 6\ \Omega$ , determine os valores aproximados de  $R_2$  e  $L$ . A função de transferência do circuito é dada por

$$\frac{R_2}{Ls + R_1 + R_2}$$



**Problema 17** (1,2 valores)

Neste problema pretende-se uma derivação muito rigorosa dos resultados. Deverá indicar detalhadamente e justificar cuidadosamente todos os passos, como numa demonstração de matemática.

Considere um SLIT de tempo contínuo com resposta ao impulso  $h(t)$ , e considere a seguinte propriedade:

- Colocando à entrada do sistema o sinal  $h(-t)$ , a saída é  $-h'(-t)$ .

Determine uma condição necessária e suficiente, expressa em termos da resposta em frequência do sistema, para que essa propriedade se verifique. Exprima a condição numa forma tão simples e explícita quanto possível. Quantos sistemas diferentes existem com a referida propriedade?