

Sinais e Sistemas – Exame de 11/6/2015

Duração: Exame – 3 horas. 1º ou 2º testes – 1,5 horas.

Número:	Nome:
---------	-------

Atenção:

- O 1º teste é constituído pelos problemas 1 a 8. O 2º teste é constituído pelos problemas 9 a 17. O exame é constituído por todos os problemas.
- Para os problemas 1, 4 e 9 a 12, indique as suas respostas, com cruces, na tabela seguinte. Para os problemas 2 e 3, veja as indicações nos próprios problemas. Os problemas 5 a 8 e 13 a 17 devem ser resolvidos em folhas separadas (pode resolver várias alíneas do mesmo problema na mesma folha). Identifique claramente todas as folhas com o seu número e os seus primeiro e último nomes.
- Nos problemas 5 a 7 e 13 a 16 deverá indicar detalhadamente, e justificar sucintamente, todos os passos. Para os problemas 8 e 17, veja as indicações nos próprios problemas.
- No 1º teste, as cotações são multiplicadas por 20/8,2. No 2º teste, são multiplicadas por 20/11,8.
- Nas questões de escolha múltipla, as respostas erradas têm cotação negativa. Numa questão com a cotação de C e com n alternativas de resposta, uma resposta errada tem a cotação de $-C/(n - 1)$.
- Sugere-se que não resolva as questões por ordem numérica. Sugere-se que comece pelas questões que sejam mais fáceis para si, continuando, progressivamente, para as que sejam menos fáceis para si.

Respostas aos problemas 1 a 4 e 9 a 12

Problema 1	a	b	c	d	e	f	g	h	—
Problema 2	a	b	c	d	e	f	—	—	—
Problema 3	a	b	c	—	—	—	—	—	—
Problema 4	a	b	c	d	e	f	g	h	—
Problema 9	a	b	c	d	e	f	g	h	i
Problema 10	a	b	c	d	e	—	—	—	—
Problema 11	a	b	c	d	e	f	g	h	i
Problema 12.1	a	b	c	d	e	f	g	—	—
Problema 12.2	a	b	c	d	e	f	g	h	—

Problema 1 (0,8 valores)

Indique o período do sinal de tempo discreto $\sin\left(\frac{5}{3}\pi n\right)$.

- a) 10. b) 6. c) 5. d) 3. e) $\frac{6}{5}$. f) $\frac{3}{5}$. g) O sinal não é periódico. h) Nenhum dos anteriores.

Problema 2 (0,8 valores)

Responda a este problema colocando “V” ou “F” nas casas correspondentes às várias alíneas, na tabela acima.

Considere o sistema de tempo discreto definido pela equação $y(n) = 3\sin(n\pi/3)x(n + 1)$. Diga se o sistema é:

- a) Sem memória. b) Causal. c) Linear. d) Invariante no tempo. e) Estável. f) Invertível.

Problema 3 (0,8 valores)

Responda a este problema colocando “V” ou “F” nas casas correspondentes às várias alíneas, na tabela acima.

Determinado SLIT tem resposta ao impulso $u(t + 1) + 2u(t - 2)$. Indique se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas:

- a) O sistema é causal. b) O sistema tem memória. c) O sistema é estável.

Problema 4 (0,8 valores)

O SLIT de tempo contínuo com resposta em frequência $3j(\omega + \omega^3)$ tem à entrada o sinal $\sin(2t)$. Indique o sinal de saída.

- a) $-2\sin(2t)$. b) $3\sin(2t)$. c) $-6\cos(2t)$. d) $10\cos(2t)$. e) $-20\sin(2t)$.
 f) $30\cos(2t)$. g) $-60\cos(2t)$. h) Nenhum dos anteriores.

Problema 5 (1,1 valores)

Determine a convolução dos sinais de tempo contínuo $x(t) = u(-t)$ e $h(t) = \begin{cases} e^{2t} & \text{para } 0 < t < 5 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$

Faça os cálculos no domínio do tempo, sem recorrer ao uso de transformadas.

Problema 6 (1,1 valores)

O sinal de tempo contínuo $x(t)$, periódico, com período 3π , tem expansão em série de Fourier com coeficientes $a_k = 4^{-|k|}$. Esse sinal é colocado à entrada dum SLIT com resposta ao impulso $e^{-2t}u(t)$. Determine a expressão dos coeficientes da expansão em série de Fourier do sinal de saída.

Problema 7

Considere o SLIT de tempo contínuo com resposta em frequência $H(j\omega) = \frac{j\omega - 2}{(j\omega - 3)(j\omega + 4)}$.

7.1) (1 valor) Determine a equação diferencial a que esse sistema obedece.

7.2) (1 valor) Esse sistema tem à entrada o sinal $\frac{\sin(4t)}{3t}$. Determine a transformada de Fourier do sinal de saída.

Problema 8 (0,8 valores)

Neste problema pretende-se uma derivação muito rigorosa dos resultados. Deverá detalhar e justificar cuidadosamente todos os passos.

Considere a cascata de dois SLITs, em que o primeiro se encontra definido pela equação diferencial $y(t) = x'(t)$, e o segundo pela sua resposta ao impulso, $h(t) = e^{-at}u(t)$ com $a > 0$. Aplica-se à entrada desta cascata o sinal $\sin(\omega t)$. Determine, em função de a , um valor de ω que origine à saída um sinal com amplitude $1/5$, isto é, um sinal $z(t)$ tal que $|z(t)| \leq 1/5$, sendo $|z(t)| = 1/5$ pelo menos para um valor de t .

Problema 9 (1 valor)

Considere um sinal de tempo contínuo $x(t)$, periódico, de período 10, com coeficientes da expansão em série de Fourier $a_k = 2^{-|k|}$. Sejam b_k os coeficientes da expansão em série de Fourier do sinal $3x(t - 5)$. Indique o valor de b_3 .

- a) $\frac{1}{8}$. b) $\frac{j}{8}$. c) $-\frac{3}{8}$. d) $-\frac{5j}{8}$. e) $\frac{1}{4}$. f) $\frac{j}{4}$. g) $-\frac{3}{4}$. h) $-\frac{5j}{4}$. i) Nenhum dos anteriores.

Problema 10 (1 valor)

Indique a expressão da transformada de Fourier do sinal de tempo discreto $x(n) = \begin{cases} 2^n & \text{para } 2 \leq n \leq 8 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$

- a) $\frac{4e^{-j2\omega} - 512e^{-j9\omega}}{1 - 2e^{-j\omega}}$. b) $\frac{4e^{-j2\omega} - 256e^{-j8\omega}}{1 - 2e^{-j\omega}}$. c) $\frac{4e^{-j2\omega} - 512e^{-j9\omega}}{1 - e^{-j\omega}}$. d) $\frac{4e^{-j2\omega} - 256e^{-j8\omega}}{1 - e^{-j\omega}}$.
 e) Nenhuma das anteriores.

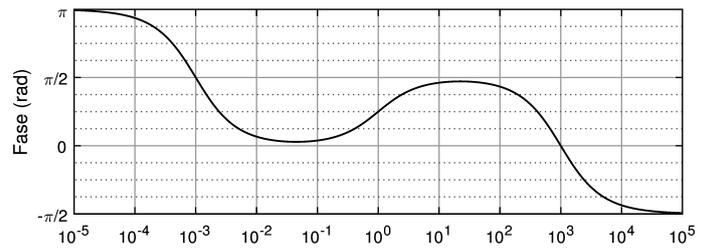
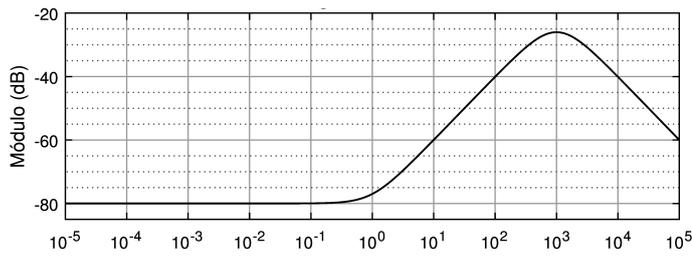
Problema 11 (1 valor)

Considere o sistema causal de tempo discreto que obedece à equação $y(n) - 3y(n-1) = x(n)$. Seja $y(n)$ a resposta desse sistema ao sinal $(n+1)u(n)$. Indique o valor de $y(1)$.

- a) 1. b) 2. c) 3. d) 4. e) 5. f) 6. g) 7. h) 8. i) Nenhum dos anteriores.

Problema 12

Considere o sistema com os diagramas de Bode apresentados nas figuras seguintes.



12.1) (0,5 valores) Indique uma expressão da função de transferência que seja compatível com esses diagramas. Nestas expressões, K é uma constante.

- a) $\frac{K(s - 0,001)(s + 1)}{(s + 0,001)(s^2 + 200s + 10^6)}$, b) $\frac{K(s - 0,001)(s + 1)}{(s + 0,001)(s^2 + 2000s + 10^6)}$, c) $\frac{K(s - 1)}{(s^2 + 200s + 10^6)}$, d) $\frac{K(s - 1)}{(s^2 + 2000s + 10^6)}$,
 e) $\frac{K(s + 1)}{(s^2 + 200s + 10^6)}$, f) $\frac{K(s + 1)}{(s^2 + 2000s + 10^6)}$, g) Nenhuma das anteriores.

12.2) (0,5 valores) Indique o valor de $|K|$.

- a) 0,001. b) 0,01. c) 0,1. d) 1. e) 10. f) 100. g) 1000. h) Nenhum dos anteriores.

Problema 13 (1,6 valores)

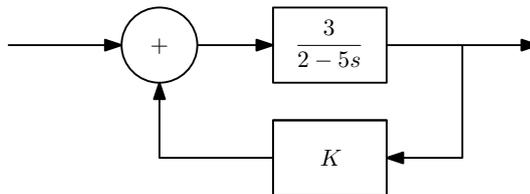
Um sistema de processamento discreto de sinais de tempo contínuo é constituído por um amostrador ideal à frequência $\omega_s = 20$, seguido dum filtro de tempo discreto com resposta em frequência $H_d(e^{j\Omega})$, o qual é seguido por um reconstrutor ideal para a frequência de amostragem ω_s . Coloca-se à entrada do sistema o sinal $\sin(5t) + \sin(8t)$. Sabendo que

$$H(e^{j\Omega}) = \begin{cases} 2 & \text{para } |\Omega| < \frac{2\pi}{5} \\ 3 & \text{para } \frac{2\pi}{5} < |\Omega| < \pi, \end{cases}$$

determine o sinal de saída do sistema.

Problema 14 (1,7 valores)

Considere o sistema causal com a estrutura indicada na figura seguinte.



Determine a gama de valores de K para a qual o sistema é estável.

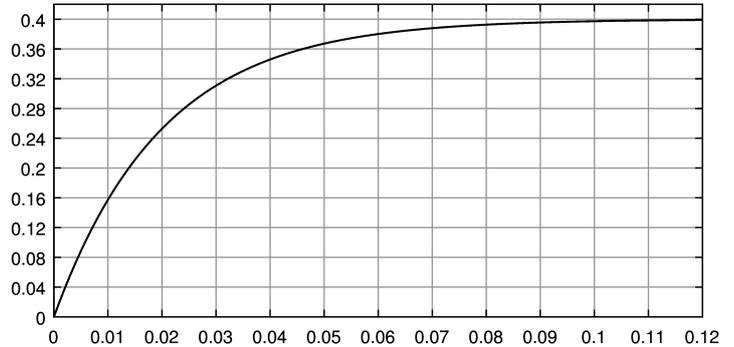
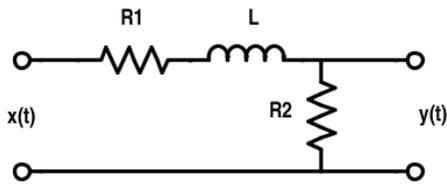
Problema 15 (1,7 valores)

Considere o sistema estável com função de transferência $\frac{s - 3}{s^2 - 4s - 5}$. Determine a sua resposta ao sinal $u(t)$. Não se esqueça de justificar o seu raciocínio, inclusive no que se refere às regiões de convergência.

Problema 16 (1,6 valores)

Considere o circuito da figura da esquerda. A sua resposta ao escalão unitário é mostrada na figura da direita (a escala de tempos está graduada em segundos). Sabendo que $R_1 = 6 \Omega$, determine os valores aproximados de R_2 e L . A função de transferência do circuito é dada por

$$\frac{R_2}{Ls + R_1 + R_2}$$



Problema 17 (1,2 valores)

Neste problema pretende-se uma derivação muito rigorosa dos resultados. Deverá indicar detalhadamente e justificar cuidadosamente todos os passos, como numa demonstração de matemática.

Considere um SLIT de tempo contínuo com resposta ao impulso $h(t)$, e considere a seguinte propriedade:

- Colocando à entrada do sistema o sinal $h(-t)$, a saída é $-h'(-t)$.

Determine uma condição necessária e suficiente, expressa em termos da resposta em frequência do sistema, para que essa propriedade se verifique. Exprima a condição numa forma tão simples e explícita quanto possível. Quantos sistemas diferentes existem com a referida propriedade?