

Sinais e Sistemas
2º exame – 19/7/2010
Duração: 3 horas

Aluno nº
Nome

Nota: A chave das questões de escolha múltipla está no final do enunciado.

Atenção:

- Para os problemas 1 a 7 deverá indicar as suas respostas, com cruces, na tabela seguinte. Os problemas 8 a 10 devem ser resolvidos em folhas separadas (um por folha). Identifique todas as folhas com o seu número e os seus primeiro e último nome.
- Nos problemas 8 a 10 deverá indicar e justificar todos os passos.
- As cotações estão indicadas a itálico na tabela.

Respostas aos problemas 1 a 7:

Prob. 1.1	a	b	c	d	e	f	<i>1,0</i>						
Prob. 1.2	a	b	c	d	e	<i>1,5</i>	Prob. 5	a	b	c	d	e	<i>2,0</i>
Prob. 2	a	b	c	d	e	<i>1,5</i>	Prob. 6	a	b	c	d	e	<i>1,5</i>
Prob. 3	a	b	c	d	e	<i>1,5</i>	Prob. 7	a	b	c	d	e	<i>1,5</i>
Prob. 4	a	b	c	d	e	<i>1,5</i>							
Prob. 8	<i>2,0</i>	Prob. 9	<i>3,0</i>	Prob. 10	<i>3,0</i>								

Problema 1

Considere um sistema linear e invariante no tempo cuja resposta ao impulso unitário é

$$h(t) = u(t) - u(t - 2)$$

1.1) Indique as propriedades do sistema (escolha uma opção por cada linha):

- | | |
|----------------|----------------|
| a) Causal | b) Não causal |
| c) Com memória | d) Sem memória |
| e) Estável | f) Instável |

1.2) A resposta deste sistema ao escalão unitário é:

- | | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------|
| a) $y(t) = \delta(t) - \delta(t - 2)$ | b) $y(t) = tu(t) - (t - 2)u(t - 2)$ | c) $y(t) = t[u(t) - u(t - 2)]$ |
| d) $y(t) = u(t) - u(t - 2)$ | e) Nenhuma das anteriores | |

Problema 2

Indique qual a expressão dos coeficientes da representação em série de Fourier do seguinte sinal periódico:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t + 3k) - \delta(t - 2 + 3k)$$

- | | | |
|--|--|---|
| a) $a_k = \frac{1}{3} \left(1 - e^{-jk\frac{4\pi}{3}}\right)$ | b) $a_k = \frac{1}{6\pi} \left(1 - e^{-jk\frac{4\pi}{3}}\right)$ | c) $a_k = \frac{1}{3} \left(1 - e^{-jk\frac{2\pi}{3}}\right)$ |
| d) $a_k = \frac{1}{6\pi} \left(1 - e^{-jk\frac{2\pi}{3}}\right)$ | e) Nenhuma das anteriores | |

Problema 3

Considere um SLIT cuja resposta ao impulso unitário é

$$h(t) = \begin{cases} 1/2 & \text{se } |t| < \pi/4 \\ 0 & \text{se } |t| > \pi/4 \end{cases}$$

Indique qual dos seguintes sinais de entrada origina o sinal de saída com maior amplitude.

- a) $\cos \frac{10t}{3}$ b) $\cos 4t$ c) $\cos 6t$ d) $\cos 8t$ e) $\cos 10t$

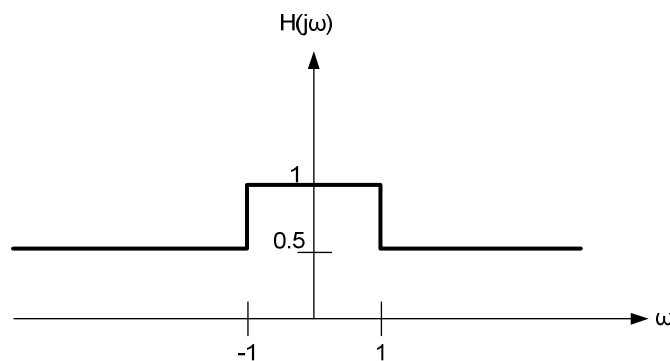
Notas: Num sinal da forma $A \cos(\omega t + \phi)$ com $A \geq 0$, chama-se amplitude ao valor de A .

Uma mnemónica para os valores dos senos dalguns dos ângulos de uso mais comum é a seguinte:

α	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$\sqrt{2} \approx 1,414$
$\sin \alpha$	$\sqrt{0}/2$	$\sqrt{1}/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{4}/2$	$\sqrt{3} \approx 1,732$

Problema 4

Considere o sistema linear e invariante no tempo cuja resposta em frequência está representada na figura:



Seja G o sistema inverso de H . Qual é a resposta ao impulso unitário do sistema G ?

- a) $g(t) = \frac{\sin(t)}{\pi t}$ b) $g(t) = 2 \frac{\sin(t)}{\pi t}$ c) $g(t) = 2\delta(t) + 2 \frac{\sin(t)}{\pi t}$
 d) $g(t) = 2\delta(t) - \frac{\sin(t)}{\pi t}$ e) Nenhuma das anteriores

Problema 5

Sabendo que a relação entre a transformada de Fourier de dois sinais discretos $x(n)$ e $y(n)$ é dada por $Y(e^{j\omega}) = e^{-j2\omega} X \left[e^{j\left(\omega - \frac{\pi}{3}\right)} \right]$, indique qual a relação entre $x(n)$ e $y(n)$ no domínio do tempo:

- a) $y(n) = e^{j\frac{\pi}{3}(n-2)} x(n)$ b) $y(n) = e^{j\frac{\pi}{3}n} x(n - 2)$ c) $y(n) = e^{j\frac{\pi}{3}(n-2)} x(n - 2)$
 d) $y(n) = e^{-j\frac{\pi}{3}n} x(n - 2)$ e) Nenhuma das anteriores

Problema 6

Considere um sinal $x(t)$ cuja transformada de Laplace é da forma

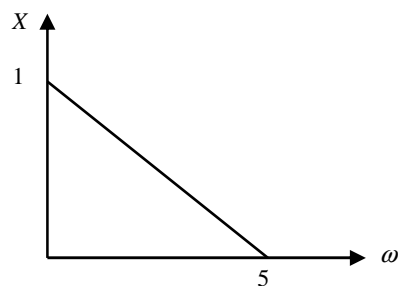
$$X(s) = K \frac{(s - z_1) \dots (s - z_m)}{(s - p_1) \dots (s - p_n)}$$

Admita que obtém uma outra transformada de Laplace, $Y(s)$, deslocando os pólos e os zeros de $X(s)$ de uma unidade para a direita. Indique qual a expressão do sinal $y(t)$ correspondente:

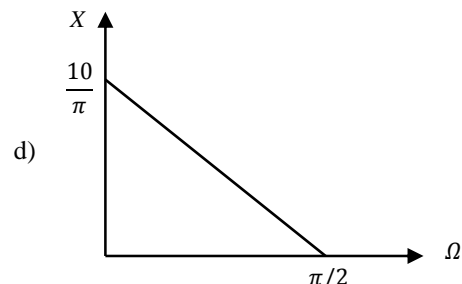
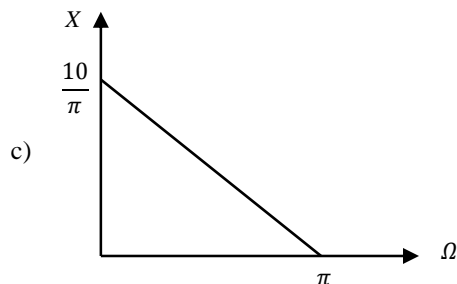
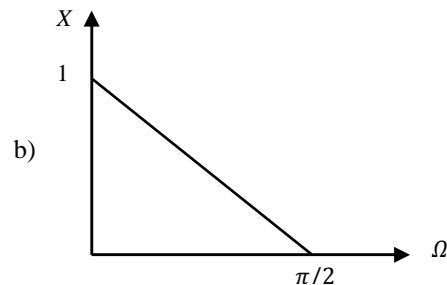
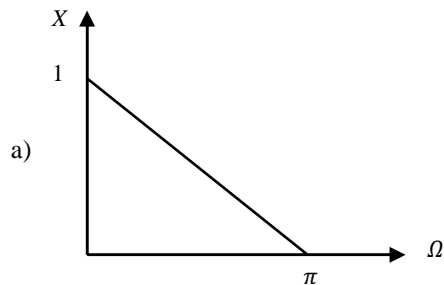
- a) $y(t) = x(t - 1)$ b) $y(t) = e^t x(t)$ c) $y(t) = x(t + 1)$
d) $y(t) = e^{-t} x(t)$ e) Nenhuma das anteriores

Problema 7

Considere o sinal real $x(t)$ cuja transformada de Fourier, para $\omega \geq 0$, é



Admita que este sinal é amostrado com um período de amostragem igual a $\pi/10$. Indique qual dos seguintes gráficos representa a transformada de Fourier do sinal discreto correspondente no intervalo representado (0 a π ou 0 a $\pi/2$, dependendo da figura).



- e) Nenhum dos anteriores.

Problema 8

Neste problema deverá ser especialmente cuidadoso a detalhar e justificar todos os passos.

Prove, directamente a partir da definição de convolução (sem recorrer ao uso de transformadas), que a convolução de dois sinais pares é um sinal par.

Problema 9

Considere o SLIT estável que obedece à equação diferencial

$$y''(t) + y'(t) - 2y(t) = x'(t) + x(t).$$

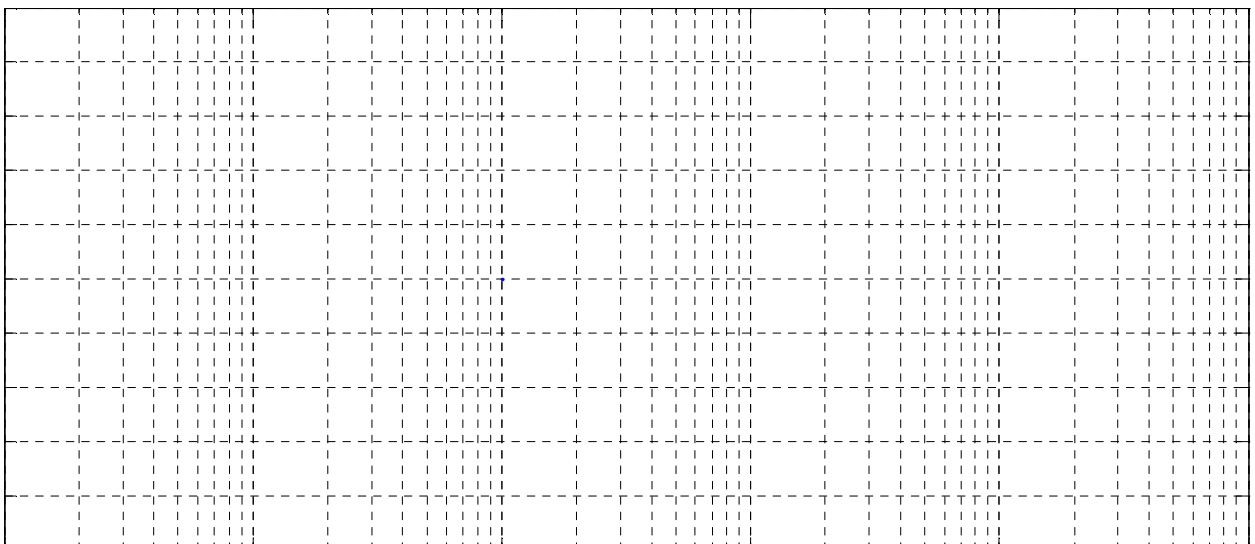
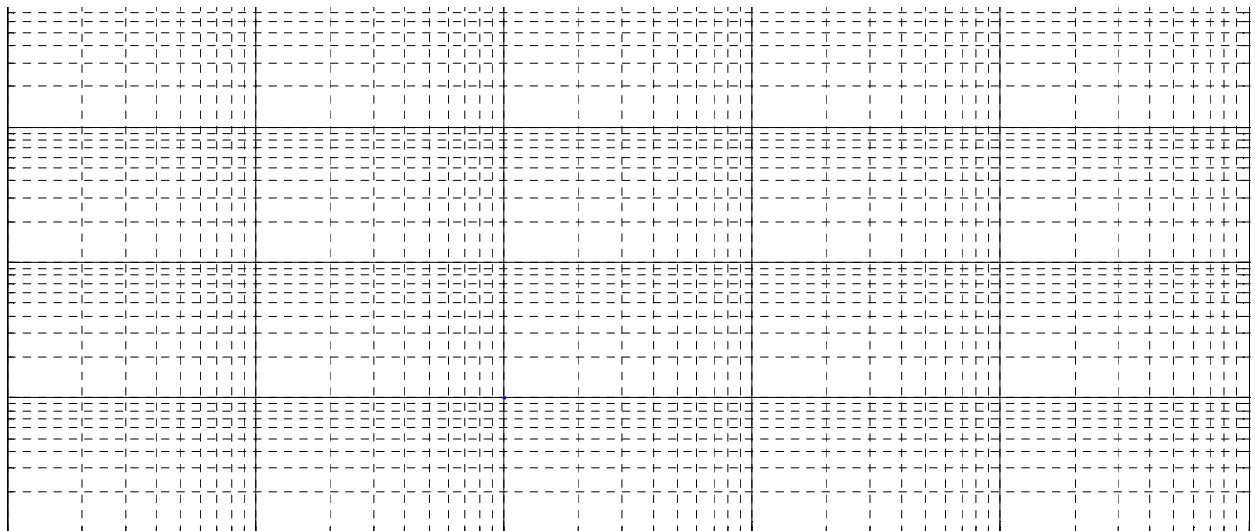
Determine a sua resposta ao impulso unitário.

Problema 10

Trace o diagrama de Bode assintótico correspondente à seguinte função de transferência:

$$H(s) = \frac{-10(s + 10)}{(s + 1)(s^2 + 2s + 100)}$$

Resolva este problema na sua folha de ponto, justificando os diversos passos. Trace os diagramas de amplitude e de fase de $H(s)$ nas escalas que se fornecem a seguir. Não se esqueça de graduar os eixos.



Sinais e Sistemas
2º exame – 19/7/2010
Duração: 3 horas

Aluno nº
Nome

Atenção:

- Para os problemas 1 a 7 deverá indicar as suas respostas, com cruces, na tabela seguinte. Os problemas 8 a 10 devem ser resolvidos em folhas separadas (um por folha). Identifique todas as folhas com o seu número e os seus primeiro e último nome.
- Nos problemas 8 a 10 deverá indicar e justificar todos os passos.
- As cotações estão indicadas a itálico na tabela.

Respostas aos problemas 1 a 7:

Prob. 1.1	a	b	c	d	e	f	<i>1,0</i>						
Prob. 1.2	a	b	c	d	e	<i>1,5</i>	Prob. 5	a	b	c	d	e	<i>2,0</i>
Prob. 2	a	b	c	d	e	<i>1,5</i>	Prob. 6	a	b	c	d	e	<i>1,5</i>
Prob. 3	a	b	c	d	e	<i>1,5</i>	Prob. 7	a	b	c	d	e	<i>1,5</i>
Prob. 4	a	b	c	d	e	<i>1,5</i>							
Prob. 8	<i>2,0</i>	Prob. 9	<i>3,0</i>	Prob. 10	<i>3,0</i>								

Problema 1

Considere um sistema linear e invariante no tempo cuja resposta ao impulso unitário é

$$h(t) = \delta(t + 3) - \delta(t - 3)$$

1.1) Indique as propriedades do sistema (escolha uma opção por cada linha):

- | | |
|----------------|----------------|
| a) Causal | b) Não causal |
| c) Com memória | d) Sem memória |
| e) Estável | f) Instável |

1.2) A resposta deste sistema ao escalão unitário é:

- | | | |
|---|---|---------------------------|
| a) $y(t) = \delta(t + 3) - \delta(t - 3)$ | b) $y(t) = (t + 3)u(t + 3) - (t - 3)u(t - 3)$ | |
| c) $y(t) = t[u(t + 3) - u(t - 3)]$ | d) $y(t) = u(t + 3) - u(t - 3)$ | e) Nenhuma das anteriores |

Problema 2

Indique qual a expressão dos coeficientes da representação em série de Fourier do seguinte sinal periódico:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t + 2k) + \delta(t - 1 + 2k)$$

- | | | |
|---|--|--|
| a) $a_k = \frac{1}{2}(1 + e^{jk\pi})$ | b) $a_k = \frac{1}{4\pi}(1 + e^{jk\frac{\pi}{2}})$ | c) $a_k = \frac{1}{2}(1 + e^{-jk\pi})$ |
| d) $a_k = \frac{1}{4\pi}(1 + e^{-jk\frac{\pi}{2}})$ | e) Nenhuma das anteriores | |

Problema 3

Considere um SLIT cuja resposta ao impulso unitário é

$$h(t) = \begin{cases} 2 & \text{se } |t| < \pi/2 \\ 0 & \text{se } |t| > \pi/2 \end{cases}$$

Indique qual dos seguintes sinais de entrada origina o sinal de saída com maior amplitude.

- a) $\cos \frac{11t}{3}$ b) $\cos 5t$ c) $\cos 6t$ d) $\cos 7t$ e) $\cos 8t$

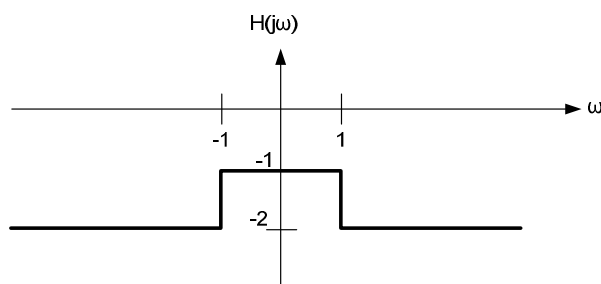
Notas: Num sinal da forma $A \cos(\omega t + \phi)$ com $A \geq 0$, chama-se amplitude ao valor de A .

Uma mnemónica para os valores dos senos dalguns dos ângulos de uso mais comum é a seguinte:

α	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$\sqrt{2} \approx 1,414$
$\sin \alpha$	$\sqrt{0}/2$	$\sqrt{1}/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{4}/2$	$\sqrt{3} \approx 1,732$

Problema 4

Considere o sistema linear e invariante no tempo cuja resposta em frequência está representada na figura:



Seja G o sistema inverso de H . Qual é a resposta ao impulso unitário do sistema G ?

- a) $g(t) = -\frac{\sin(t)}{\pi t}$ b) $g(t) = -\frac{\sin(t)}{2\pi t}$ c) $g(t) = -\frac{1}{2} \delta(t) - \frac{\sin(t)}{2\pi t}$
d) $g(t) = -\frac{1}{2} \delta(t) + \frac{\sin(t)}{\pi t}$ e) Nenhuma das anteriores

Problema 5

Sabendo que a relação entre a transformada de Fourier de dois sinais discretos $x(n)$ e $y(n)$ é dada por $Y(e^{j\omega}) = e^{-j2(\omega - \frac{\pi}{6})} X(e^{j(\omega - \frac{\pi}{6})})$, indique qual a relação entre $x(n)$ e $y(n)$ no domínio do tempo.

- a) $y(n) = e^{j\frac{\pi}{6}(n-2)} x(n-2)$ b) $y(n) = e^{j\frac{\pi}{6}n} x(n-2)$ c) $y(n) = e^{j\frac{\pi}{6}(n-2)} x(n)$
d) $y(n) = e^{-j\frac{\pi}{6}n} x(n-2)$ e) Nenhuma das anteriores

Problema 6

Considere um sinal $x(t)$ cuja transformada de Laplace é da forma

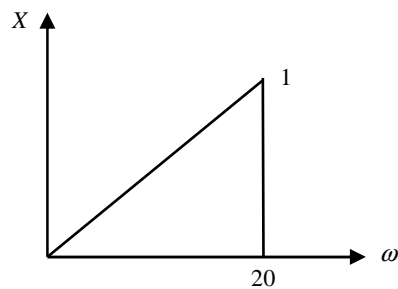
$$X(s) = K \frac{(s - z_1) \dots (s - z_m)}{(s - p_1) \dots (s - p_n)}$$

Admita que obtém uma outra transformada de Laplace, $Y(s)$, deslocando os pólos e os zeros de $X(s)$ de uma unidade para cima (isto é, na direcção do eixo imaginário). Indique qual a expressão do sinal $y(t)$ correspondente:

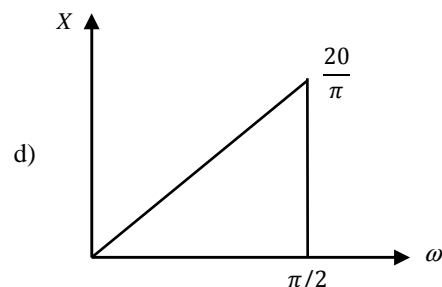
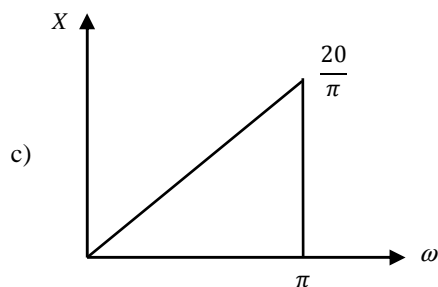
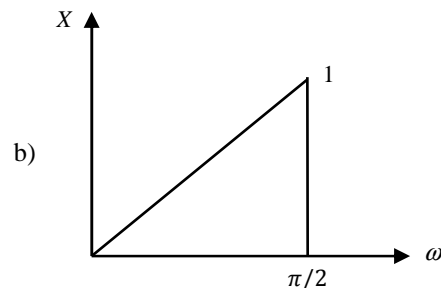
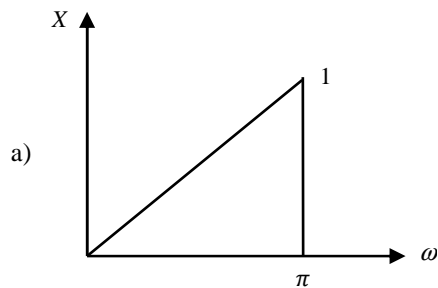
- a) $y(t) = e^{jt}x(t)$ b) $y(t) = jx(t)$ c) $y(t) = e^{-jt}x(t)$
 d) $y(t) = -jx(t)$ e) Nenhuma das anteriores

Problema 7

Considere o sinal real $x(t)$ cuja transformada de Fourier, para $\omega \geq 0$, é



Admita que este sinal é amostrado com um período de amostragem igual a $\pi/20$. Indique qual dos seguintes gráficos representa a transformada de Fourier do sinal discreto correspondente no intervalo representado (0 a π ou 0 a $\pi/2$, dependendo da figura).



- e) Nenhum dos anteriores.

Problema 8

Neste problema deverá ser especialmente cuidadoso a detalhar e justificar todos os passos.

Sabendo que a transformada de Fourier do sinal $x(t) = e^{-t^2/2}$ é da forma $X(j\omega) = Ae^{-\omega^2/2}$ com A real positivo, determine o valor de A .

Sugestão: Utilize a relação de Parseval.

Problema 9

Considere o SLIT estável que obedece à equação diferencial

$$y''(t) - 2y'(t) - 3y(t) = x'(t) - x(t).$$

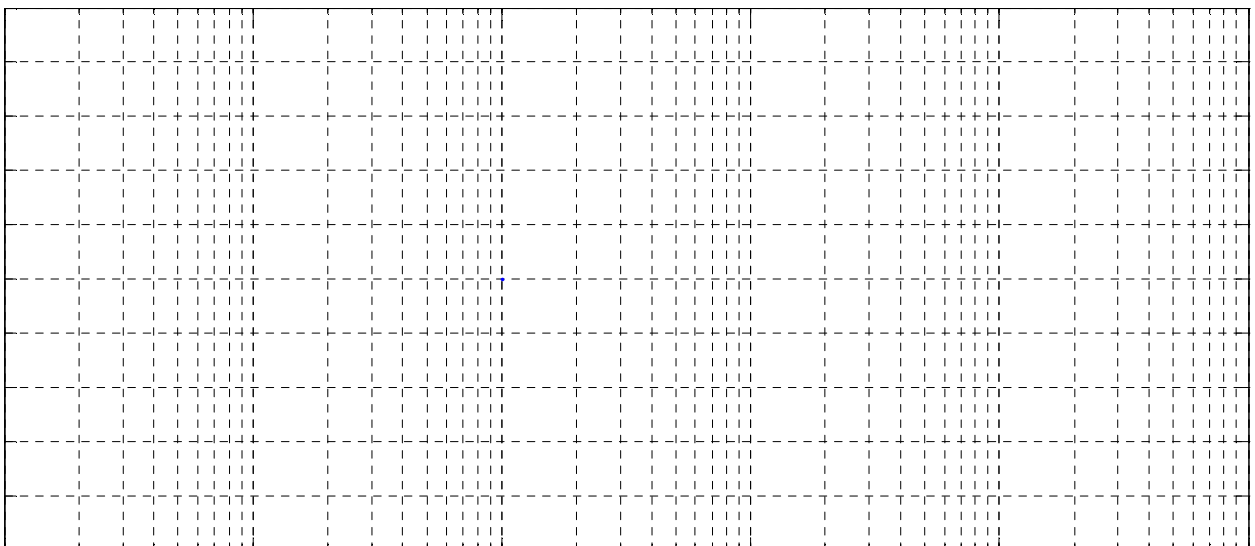
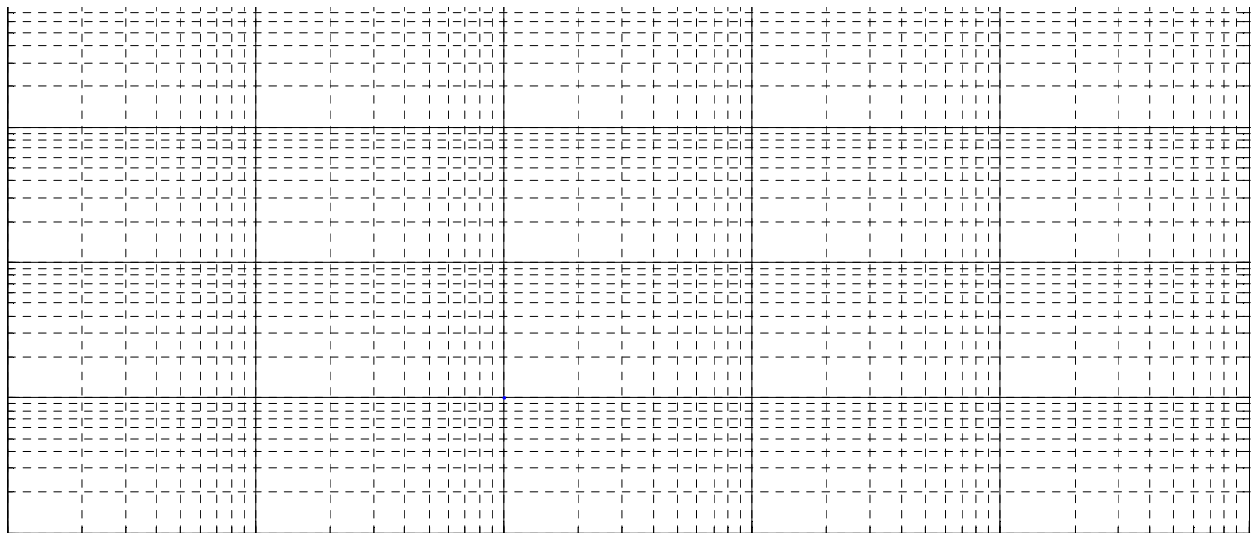
Determine a sua resposta ao impulso unitário.

Problema 10

Trace o diagrama de Bode assintótico correspondente à seguinte função de transferência:

$$H(s) = \frac{100(s + 100)}{(s + 10)(s^2 + 2s + 100)}$$

Resolva este problema na sua folha de ponto, justificando os diversos passos. Trace os diagramas de amplitude e de fase de $H(s)$ nas escalas que se fornecem a seguir. Não se esqueça de graduar os eixos.



Chave

	1.1	1.2	2	3	4	5	6	7
Versão A	a, c, e	b	a	c	d	c	b	d
Versão B	b, c, e	d	a ou c	b	c	b	a	c