3B PARADOXO DE EPR

O chamado paradoxo de EPR (Einstein, Podolsky e Rosen) tem origem num artigo publicado em 1935[3], o qual levantou um dos problemas mais fundamentais da teoria quântica — o problema de saber se a mecânica quântica é uma teoria completa ou se, pelo contrário, contém *variáveis escondidas*. Muita da literatura sobre este assunto é obscura, especulativa ou mesmo errónea, pelo que lhe faremos aqui uma breve referência, que pretende ser clara e objectiva. A questão colocada por EPR foi abordada posteriormente por Bell[4], que estabeleceu certas desigualdades que são, em geral, violadas em sistemas de partículas com correlações quânticas. Muitas das experiências sobre este tema consistem em demonstrar a violação das Desigualdades de Bell. Uma das mais decisivas foi a experiência de Alain Aspect[5] em 1982, que, pela sua simplicidade, vale a pena descrever mesmo que resumidamente. Neste caso, vale mesmo a pena ler o artigo original na "Physical Review Letters" — é mais claro e esclarecedor do que toda a restante literatura.

Na experiência de Aspect, um par de fotões era produzido numa fonte S, por decaimento radiativo de um átomo de cálcio, excitado (Figura 3B.1), e cada fotão era dirigido para um dos analisadores, A ou B, cuja orientação (de polarização) era escolhida ao acaso, após a separação dos fotões (recordar Figuras 1.3 e 1.4). A polarização dos fotões era então medida em cada um dos analisadores, colocados a cerca de 12 m um do outro.

Como o estado inicial e final dos estados atómicos têm $J = 0$, a teoria quântica prevê (e a experiência confirma) que os fotões apresentem a mesma polarização nos dois analisadores, qualquer que seja a sua orientação, desde que fiquem orientados paralelamente um ao outro (Figura 3B.1.a)). Note-se que isso acontece, mesmo que os polarizadores sejam rodados aleatoriamente para novas orientações depois da separação dos fotões (desde que fiquem com orientações paralelas). Se pensarmos bem, isso é muito estranho. Implica que os dois fotões sejam sempre observados em coerência de fase, mesmo que separados por grandes distâncias. Como é que um fotão sabe a polarização que foi medida no outro, que, na nossa perspectiva ingénua, pode até ter sido alterada após a separação, se não comunicar com ele? Numa carta a Einstein, de 9 de Maio de 1948[6], Max Born dizia, em resposta a objecções de Einstein a certos aspectos da teoria quântica, que objectos distantes no espaço, que provêm de uma origem comum, não têm de ser necessariamente independentes, mas Einstein não concebia como tal fosse possível, dizendo que isso seria *spooky action at a distance* (acção fantasma à distância).

Mas os resultados da experiência têm ainda mais surpresas. Se os analisadores forem

[3]A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, "Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?", *Phys. Rev.* 47 777 (1935).
[4]J. S. Bell, *Physics* (N.Y.) 1, 195 (1965).
[5]Aspect, A., Grangier, P. & Roger, G., *Phys. Rev. Lett.* 49, 91 (1982).
[6]Max-Born, *The Born-Einstein Letters 1916-1955*, MacMillan, New York, (2005)

rodados aleatoriamente e independentemente um do outro, mesmo depois da separação dos fotões, a probabilidade de serem detectados com a mesma polarização é proporcional a $\cos^2\theta$ (Figura 3B.1. b)) sendo θ o ângulo entre as orientações dos analisadores.

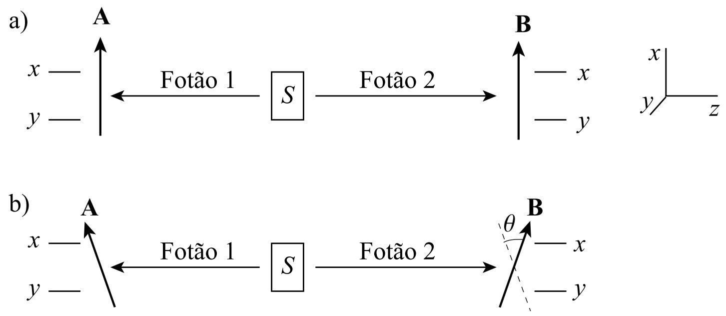

FIGURA 3B.1: *Esquema de uma experiência do tipo da de Aspect: um par de partículas (e.g., fotões) é gerado numa fonte S, saindo cada uma para seu lado, em direcção aos analisadores A e B, (representados pelos vectores $\boldsymbol{A}$ e $\boldsymbol{B}$, respectivamente) cujas orientações finais são paralelas, em a); fazem um ângulo θ, em b).*

Tais resultados parecem quase intuitivos, se nos recordarmos das experiências com fotões descritas no primeiro capítulo, e atendermos a que $|\langle \mathbf{A}|\mathbf{B}\rangle|^2 = \cos^2\theta$. Como é que é possível compreender estes resultados?

É fácil chegar a estes resultados se considerarmos que os dois fotões formam um sistema múltiplo, representado pelo estado entrelaçado

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|x\,x\rangle + |y\,y\rangle\right) \tag{3B.1}$$

Tal como vimos em 3.6.5, quando o fotão 1 (representado pelo primeiro índice de cada *ket*) tem polarização x, o fotão 2 (representado pelo segundo índice) terá necessariamente polarização x; quando, o fotão 1 tem polarização y, o fotão 2 terá polarização y. Isto explica a situação em que os dois polarizadores têm orientações paralelas. O factor $\frac{1}{\sqrt{2}}$ em (3B.1) implica que a probabilidade de ambos os fotões terem polarização x é $1/2$, e a de ambos terem polarização y é também $1/2$. Mas têm ambos sempre a mesma.

De um modo geral, quando os analisadores têm orientações que fazem um ângulo θ entre si, podemos prever os seguintes resultados

$$\begin{aligned} \mathrm{Prob}_{xx} &= \mathrm{Prob}_{yy} = \tfrac{1}{2}\cos^2\theta \\ \mathrm{Prob}_{xy} &= \mathrm{Prob}_{yx} = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{sen}^2\theta \end{aligned} \tag{3B.2}$$

em que Prob_{xx} significa a probabilidade de observar polarização x para o fotão 1 e também x para o fotão 2, nos respectivos analisadores. Prob_{xy} significa a probabilidade de observar polarização x para o fotão 1 e polarização y para o fotão 2. Se $\theta = 0$ será $\text{Prob}_{xx} = \text{Prob}_{yy} = 1/2$. O factor de correlação é definido como $f_{\text{corr}} = \text{Prob}_{xx} + \text{Prob}_{yy} - \text{Prob}_{xy} - \text{Prob}_{yx}$.

Em termos das histórias consistentes de Griffiths podemos considerar, para o caso de analisadores paralelos, o sistema múltiplo (fotões + analisador A). Supomos que a base de A é $\{A_0, A_x, A_y\}$ (correspondente ao estado inicial e aos estados correspondentes aos resultados das observações, x e y).

No instante inicial, o estado entrelaçado dos dois fotões é

$$\psi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|x\,x\rangle + |y\,y\rangle \right) \tag{3B.3}$$

sendo o estado do sistema fotões + analisador A, dado por

$$|\Psi_0\rangle = |\psi_0\rangle \odot |A_0\rangle \tag{3B.4}$$

ou seja o produto tensorial[7] do vector do estado inicial dos fotões com o vector do estado inicial do analisador A (índice 0) (ver 3.6.5.2).

Uma das famílias de histórias do sistema múltiplo será dada por

$$[\Psi_0] \odot \begin{cases} x_1 x_2 \odot A_1^x \Rightarrow B_2^x \\ y_1 y_2 \odot A_1^y \Rightarrow B_2^y \end{cases} \tag{3B.5}$$

que significa que o sistema global, de matriz densidade $[\Psi_0]$, pode evoluir de dois modos diferentes: um dos ramos dá como resultado final A_1^x (foi observado o fotão 1 com polarização x no analisador A); o outro ramo dá como resultado A_1^y (foi observado o fotão 1 com polarização y no analisador A). Os resultados das medições em B estão correlacionados como os observados em A. O factor de correlação é proporcional a $\cos^2\theta$. É curioso notar que, se a experiência for feita com electrões, o factor $\cos^2\theta$ deve ser substituído por $\cos^2(\theta/2)$. Isso deve-se ao facto de que para partículas de *spin* $1/2$, como os electrões, é preciso uma rotação de 4π para obter o mesmo vector de estado, contrariamente às partículas de *spin* inteiro, como os fotões, em que uma rotação de 2π reproduz o estado inicial (ver Complemento 5A, mais à frente).

Muitas experiências deste género têm sido feitas, as quais confirmam a validade da teoria.

"Temos de concluir que um par de fotões entrelaçados é um objecto não separável; ou seja, é impossível atribuir propriedades locais (realidade física local) a cada fotão. Em

[7] O produto tensorial é aqui representado pelo símbolo $\odot$, por representar produtos em que cada factor corresponde a tempos diferentes, mas em sucessão.

certo sentido, ambos os fotões permanecem em contacto através do espaço e do tempo. Convém que se diga, no entanto, que a não separabilidade, que é a base da teleportação quântica, não implica a possibilidade prática de comunicação, a velocidade superior à da luz". Dizia ainda Aspect em 1999[8].

Existem já aplicações tecnológicas potenciais e algumas já realizadas, que utilizam o entrelaçamento de fotões, como a *criptografia quântica*, a *computação quântica* e a *teleportação quântica* (a teleportação de *Star Trek*!). Existe extensa literatura na Internet, sobre estes temas, pelo que nos dispensamos de dar referências.

Para terminar, talvez seja oportuno citar Richard Feynman em 1982[9]: "... ainda não é óbvio, para mim, que não há um problema real (com a mecânica quântica). Não posso definir o problema, portanto suspeito que não há problema, mas não estou seguro de que não há problema. Por isso, gosto de investigar as coisas."

[8] A. Aspect, *Nature*, vol. 398 (1999) 189.
[9] R. Feynman; *Inter. Journ, of Theoret. Phys.* 21, 467 (1982).