CONTROLO - 1º Laboratório

Os Efeitos da Realimentação

Controlo do nível de um depósito

Elaborado por J. Gaspar, F. Garcia e E. Morgado

Outubro de 2005

Com correcções de 10-10-2007

Área Científica de Sistemas, Decisão e Controlo
Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Notas preliminares

Os relatórios dos trabalhos devem ser entregues na caixa de correio da Secção de Sistemas e Controlo (Torre Norte, 5ºpiso, em frente à sala 5.17) no prazo de sete dias a partir da correspondente sessão de Laboratório. Qualquer relatório entregue depois desta data não será avaliado.

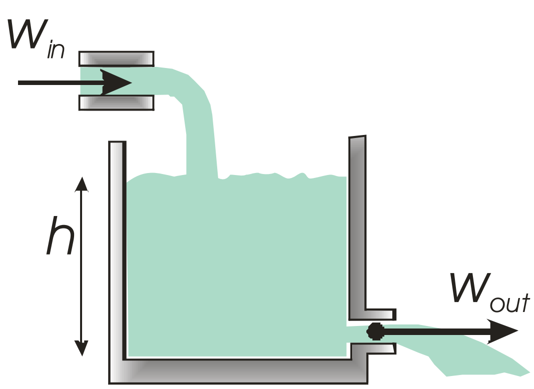
Objectivos

- Aprendizagem de Matlab e Simulink
- Modelização e análise dinâmica de um sistema não linear; Linearização.
- Efeitos da realimentação.

I Introdução

Neste laboratório pretende-se controlar o nível de água existente no interior de um depósito. O depósito é alimentado por um caudal de entrada regulado por uma válvula, e existe um caudal de escoamento associado a um orifício ao nível da base do depósito.

Na figura seguinte, mostra-se a representação esquemática do sistema, junto com uma descrição das grandezas relevantes para efeitos de controlo (segue-se a nomenclatura introduzida na referência [1]).



h:	altura de água dentro do depósito
A:	área da base do depósito (m^2)
w_{in} :	caudal mássico de entrada (Kg/s)
w_{out} :	caudal mássico de saída (Kg/s)
R:	constante de resistência ao escoamento ($Pa^{1/2}$.s/Kg)
ρ:	densidade da água (Kg/m^3)
g:	aceleração da gravidade (m/s^2)

Das leis da hidrodinâmica sabe-se que:

$dm/dt = w_{in} - w_{out}$	conservação da massa ($m= \rho.A.h$)
$W_{out}= (1/R).(p_1-p_a)^{1/2}$	o ritmo de escoamento é função da diferença de pressões entre ponto de escoamento e altura máxima de água no depósito (p_1-p_a)
$p_1-p_a= \rho.g.h$	a diferença de pressões no depósito é função da massa por unidade de área da base do depósito.

No estabelecimento do modelo, são feitos alguns pressupostos. Considera-se que o fluido (água) no depósito é incompressível, as paredes do depósito são verticais e o escoamento de água é turbulento devido à dimensão e forma do canal de saída. Consultar referências [1,3] para mais detalhes.

II Preparação teórica a realizar antes da sessão de laboratório

1. Modelização dinâmica do sistema

1a) Equação diferencial não linear - Determine a equação diferencial não linear que relaciona a altura de água no depósito com o caudal mássico de entrada:

$$dh/dt = f(h, w_{in})$$

1b) Linearização - Utilizando a técnica de linearização indicada nas referências [2,4], deduza uma equação diferencial linear que descreva aproximadamente, do ponto de vista dinâmico, o comportamento do sistema em torno de um *ponto de funcionamento nominal* correspondente a um valor w_{in}^e, admitindo desvios de pequena amplitude. Designe as ***variáveis incrementais*** juntando a letra δ a cada uma das variáveis ($h = h^e + \delta h$; $w_{in} = w_{in}^e + \delta w_{in}$; ...). A equação a obter tem a forma seguinte

$$d\, \delta h /dt = a \,.\, \delta h + b \,.\, \delta w_{in}$$

1c) Função de transferência - A partir do resultado da alínea anterior obtenha as função de transferência $G(s)=H(s)/W_{in}(s)$, onde H(s) e Win(s) são as transformadas de Laplace respectivamente de δh e δw_{in}. Comente a estabilidade do sistema.

1d) Suponha agora que o depósito apresentava um isolamento perfeito ($R = \infty$). Repita a alínea anterior e comente o significado prático do resultado.

2. Resposta em malha aberta

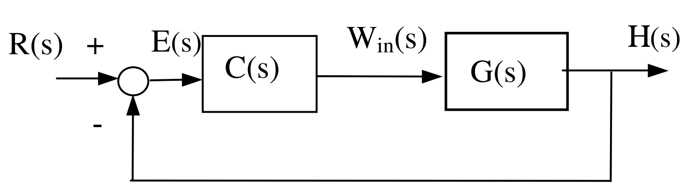
Considere: $A= 0.2\ m^2$, $R= 50\ Pa^{1/2}.s/Kg$, $g\approx 10\ m/s^2$, $\rho= 1000\ Kg/m^3$.

2a) Ponto de equilíbrio - Determine a altura nominal de equilíbrio h^e correspondente ao valor nominal de caudal mássico de equilíbrio $w_{in}^e= 1$ Kg/s.

2b) Resposta ao escalão - Determine a resposta ao escalão unitário da função G(s).

3. Controlo proporcional, C(s)=K

No sentido de tentar fazer controlo da altura de água contida no depósito usaremos realimentação negativa e um controlador série C(s), como ilustrado no diagrama de blocos seguinte:



3a) Determine a função de transferência em cadeia fechada, $G_{cf}(s) = H(s)/R(s)$, dado o controlador proporcional C(s)=K. Determine o regime permanente da resposta ao escalão unitário, $h(\infty)$, em função de K, a partir do ganho estático de $G_{cf}(s)$. Verifique que no caso do sistema em malha fechada ser estável, o $h(\infty)$ é sempre menor que 1 qualquer que seja K. Considerando K=2, compare $h(\infty)$ com a resposta em regime permanente ao escalão unitário da função G(s) e indique vantagem(ns) do controlo em malha fechada.

4. Controlador Integral, C(s) = K/s

4a) Determine a função de transferência em cadeia fechada, $G_{cf}(s) = H(s)/R(s)$, dado o controlador integral C(s)=K/s. Verifique que o ganho estático de $G_{cf}(s)$ não depende de K desde que o sistema em malha fechada seja estável. Conclua sobre a vantagem de utilizar o controlador integral no sentido de melhorar o desempenho em regime permanente no *seguimento da referência*.

Dadas as vantagens observadas iremos no que se segue manter o controlador integral, C(s) = K/s, e analisar a resposta no tempo e a resposta na frequência da função de transferência em malha fechada $\mathbf{G_{cf}(s)}$.

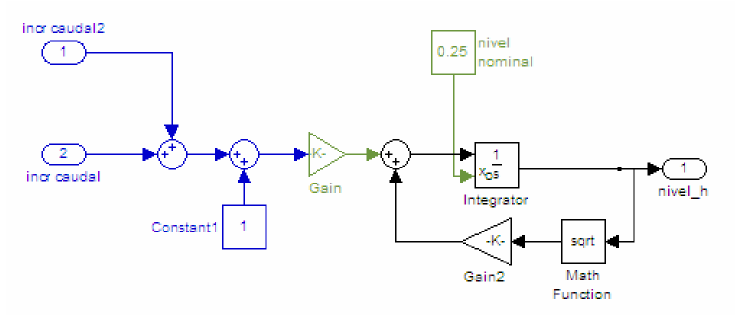
4b) **Análise no plano complexo, na frequência e no tempo** - Considerando os valores de K: K_1=0; K_2=1/300 K_3=1/200; K_4=1/50 K_5 = 1/10,

- Determine a equação característica em função de K e os pólos de $G_{cf}(s)$. Represente no plano complexo os pólos encontrados, e desenhe uma linha que indique o trajecto seguido devido à variação do ganho K.
- Nos casos de pólos complexos conjugados calcule o tempo de pico e sobreelevação da resposta ao escalão unitário (recorde as fórmulas $t_p = \pi / w_a$ e $S = \exp(-\xi\pi / \sqrt{1-\xi^2})$).
- Calcule a frequência de corte a -3dB para os valores K_2 ... K_5 (utilize a expressão $|G_{cf}(jw)| = 1/\sqrt{2}.|G_{cf}(0)|$; note que $|G_{cf}(0)| = 1$ e que as equações da forma $w^4 + cw^2 + d = 0$ são resolvidas pela fórmula resolvente).
- Relacione os pólos com a existência de sobreelevação, tempo de pico e frequência de corte a -3dB.

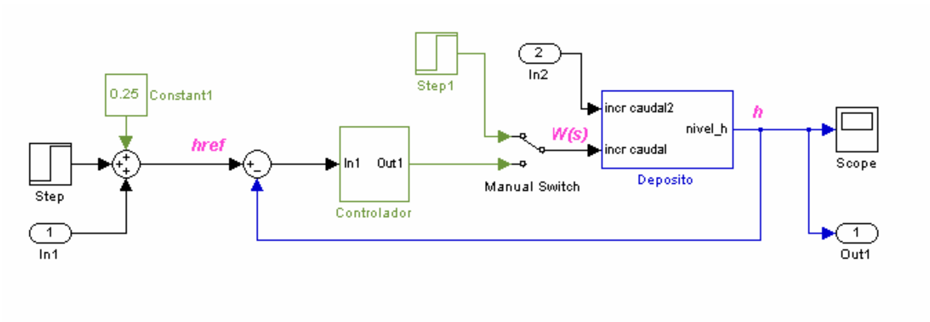
III Trabalho a realizar durante a sessão de laboratório

O estudo teórico até aqui realizado incidiu essencialmente sobre o *modelo incremental*, i.e. modelo que relaciona variáveis incrementais, obtido por linearização do modelo não linear do depósito. Nesta secção pretende-se transpor os sinais incrementais de referência e de saída para sinais absolutos, obtendo-se desta forma uma aproximação do *modelo não linear* na vizinhança do ponto de funcionamento nominal que permite comparações directas.

O diagrama de blocos seguinte implementa o sistema não-linear deduzido teoricamente, definindo entradas incrementais para aplicação directa na malha de controlo já estudada. A condição inicial do integrador, altura nominal, é configurada por uma entrada adicional (é necessário editar as propriedades do bloco para tornar visível esta entrada).



No diagrama seguinte mostra-se o sistema não linear (identificado por *Deposito*) inserido na malha de controlo. O bloco *Controlador* contém vários controladores (a seleccionar explorando o bloco). Notar ainda o bloco *Manual Switch* que permite interromper a malha e assim realizar experiências em malha aberta.



1. **Identificação e correcção de ganho incorrecto -** O sistema não linear embebido numa malha de controlo é fornecido no laboratório. A implementação do sistema não linear segue o diagrama atrás indicado, no entanto **um dos ganhos tem um valor incorrecto** o que motiva resultados diferentes dos esperados. Para usar o modelo fornecido é portanto necessário identificar e corrigir o ganho incorrecto: será necessário multiplicar por um factor "Gain" e/ou "Gain2".

   Dados a incluir no relatório - Registar as observações feitas e indicar a(s) diferença(s) detectada(s) entre o sistema incremental obtido experimentalmente a partir do sistema não linear e o sistema incremental deduzido na parte teórica do guia de laboratório. **Indicar em particular a correcção realizada** de modo a obter simulações correctas do sistema não linear.

Matlab/Simulink - Para abrir o diagrama, escrever no comando de linha:

```
>> controlo_nivel
```

Para identificar o bloco de ganho com valor incorrecto, obter experimentalmente a função de transferência incremental, G(s) com os seguintes comandos de matlab - ter o cuidado de colocar o *Manual Switch* na posição de malha aberta e gravar o modelo - :

```
>> [a,b,c,d]= linmod('controlo_nivel');
>> [n,d]= ss2tf(a,b,c,d,2); G= minreal(tf(n,d))
```

Comparar a função obtida com a deduzida na preparação teórica do laboratório. Verificar em particular os ganhos estáticos e as frequências de corte, e registar diferenças relevantes.

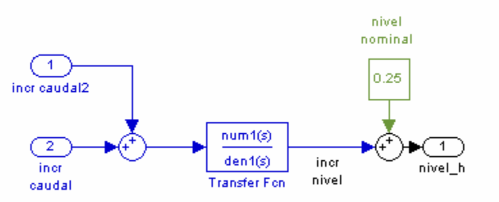
2. ***Sistema incremental*, análise no tempo e na frequência -** Utilizando o método indicado na alínea anterior para encontrar G(s), verifique para cada um dos ganhos $K_1 ... K_5$ as propriedades do sistema incremental com controlo integral: frequência de corte a -3dB, ganho estático, tempo de pico e sobreelevação na resposta ao escalão unitário. Compare com os valores deduzidos teoricamente.

Matlab/Simulink - dada uma função de transferência G, os comandos `bode(G)`, `bandwidth(G)`, e `step(G)` permitem obter a informação desejada. O comando `feedback` permite obter a função de transferência em malha fechada. Por exemplo para obter a resposta ao escalão com $K=K_5$ (nota: ter o cuidado de manter a malha aberta no diagrama simulink fornecido no laboratório):

```
>> [a,b,c,d]= linmod('controlo_nivel');
>> [n,d]= ss2tf(a,b,c,d,2); G= minreal(tf(n,d));
>> K=1/10; s=tf([1 0],1); Gcf=feedback(K/s*G,1); step(Gcf)
```

3. **Comparação de *sistema nominal* vs *não linear*** - Simular a resposta do *sistema nominal* (aproximação em torno do ponto de funcionamento nominal relacionando variáveis totais) e comparar com a resposta do sistema não linear, para o caso do controlador integral com $K=K_5$. Realizar experiências variando o sinal de referência, *href* entre 0m até 0.5m (variável total). Observar e **comentar diferenças / semelhanças** das respostas em malha fechada. Nota: sugerem-se simulações em malha aberta para ganhar sensibilidade ao funcionamento do sistema e auxiliar a interpretação dos resultados em malha fechada.

Matlab/Simulink - Na figura seguinte mostra-se o diagrama de blocos para simular o sistema nominal tendo por base o modelo incremental. Notar que o sistema nominal se obtém no Simulink adicionando a altura (nível) nominal à saída das funções de transferência incrementais .

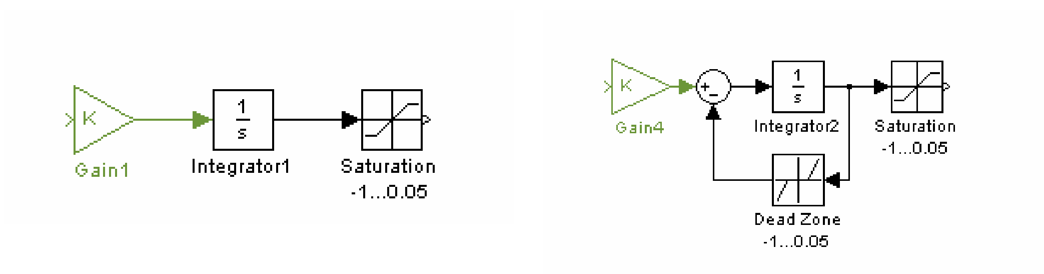


Notar que no caso dos sistemas nominal e não linear, as variáveis são totais e portanto não deve ser usado o comando do matlab "`linmod`". Alternativamente pode ser usado o comando "`sim`", para realizar as simulações na linha de comando. Por exemplo:

```
>> K=1/10; [t,tmp,y]= sim('controlo_nivel');
>> plot(t,y)
```

Sugestão: duplicar na mesma janela de *Simulink* o sistema em malha fechada e modificar o conteúdo do novo bloco *Deposito* (colocando o sistema nominal indicado na figura anterior). Fornecer o mesmo sinal de referência para ambas as malhas fechadas e registar ambas as respostas em simultâneo num único *Scope* utilizando para esse efeito um bloco *Mux*.

4. **Correcção da acção integral ("Anti-windup")** - Na figura seguinte mostram-se dois controladores ambos com saturação e um deles (ver fig. à direita) tem um dispositivo corrector da acção integral [1]. Indique a gama de níveis de água que o sistema pode exibir dada a saturação. Projecte uma experiência que evidencie a influência benéfica do dispositivo corrector da acção integral. Nota: escolher saturação e "dead-zone" assimétricos, entre -1 e 0.05 [Kg/s].



5. **Atenuação de perturbações à entrada do sistema** - Proponha uma experiência que ilustre o efeito de uma perturbação do tipo escalão unitário à entrada *"incr caudal2"* do bloco *"Deposito"* em cadeia fechada, com os controladores proporcional e proporcional integral. Comente a experiência realizada.

Bibliografia

[1] Gene F. Franklin, J. David Powell, Abbas Emami-Naeini, *Feedback Control of Dynamic Systems,* Prentice-Hall, Capítulos 2 e 3 ("Dynamic Models", "Dynamic Response").

[2] Secção de [1]: "Small-Signal Linearization" (corresponde à secção 2.6.1, página 69, na 4ªedição).

[3] Eduardo Morgado, *Controlo de Sistemas Dinâmicos: uma introdução.* Texto de apoio. Disponível na Reprografia, Pav. de Eng. Civil.

[4] Acetatos elaborados pelo corpo docente e a disponibilizar regularmente através da página www da cadeira, "Cap2-Modelação-Tempo-II.pdf" (páginas 20..22, na versão de Março de 2002).