

# Exame de Percepção

## 2001/2

1. Seja  $x$  uma realização de uma variável aleatória associada a uma classe  $\omega \in \{\omega_1, \omega_2\}$ . Sabendo que a classe  $\omega_1$  ocorre com probabilidade  $P(\omega_1)$  e que  $x$  é gerado com distribuição exponencial  $p(x/\omega_i) = \alpha_i e^{-\alpha_i x}$ , com  $x > 0$  e  $\alpha_1 > \alpha_2$ ,

A) determine uma expressão para o classificador de MAP e as respectivas regiões de decisão.

B i) calcule a probabilidade de erro  $P_e$  do classificador definido pelas regiões de decisão seguintes:

$$R_1 = [0, \lambda[, R_2 = [\lambda, \infty[$$

ii) calcule o valor de  $\lambda$  que minimiza  $P_e$  e interprete o resultado.

2. Dado um conjunto de observações independentes  $X = (x_1, \dots, x_n)$ , com distribuição  $p(x_i/\alpha) = \frac{x_i}{\alpha} e^{-\frac{x_i^2}{2\alpha}}$ , ( $x_i > 0$ ), sendo  $\alpha$  um parâmetro desconhecido, determine uma expressão para o estimador de máxima verosimilhança de  $\alpha$ .

3. Pretende-se encontrar dois grupos de dados no conjunto  $X = \{-4, -2, 3, -1, 2, -3\}$  de forma a minimizar um critério de erro quadrático médio entre os dados e os centróides associados aos grupos. Aplique o algoritmo de k-médias tomando como posições iniciais dos centroides os dois primeiros dados.

4. Seja  $y = f(x; w)$  uma rede neuronal com entrada  $x$  e saída escalar,  $y$ , cujo comportamento depende de um vector de pesos  $w$ . Sabendo que  $y = \sum_i w_i f_i(x)$ , em que  $f_i$  são funções conhecidas, deduza um algoritmo de treino em batch por forma a minimizar o risco empírico

$$R_e = \sum_{x \in X} (d(x) - y(x))^2,$$

em que  $X$  designa o conjunto de treino, e  $y, d$  as saídas da rede e desejada, respectivamente.

5. Considere o modelo de Markov não observável seguinte:

$$A = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0.8 & 0.2 \\ 0.3 & 0.1 & 0.6 \end{bmatrix} \pi = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Determine:

i) a distribuição do estado no instante  $t=2$ .

ii) a probabilidade da sequência de observações  $O = 213$

iii)\* a duração média de permanência no estado 1.

\* questão com dificuldade superior à das restantes perguntas.

Cotação das perguntas: 1(5v); 2(4v); 3(3v); 4(4v); 5(4v)