

Circuitos Equivalentes de Regime Permanente Modelização, Perdas, Rendimento

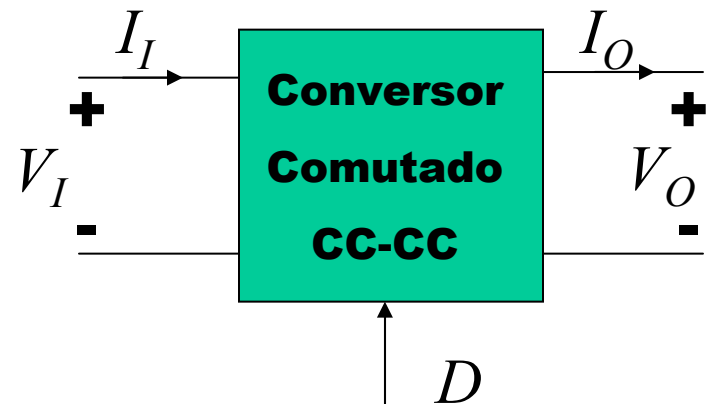
1. O modelo transformador CC-CC
2. Inclusão das perdas
3. Construção do modelo equivalente do conversor
4. Como obter a porta de entrada do modelo
5. Exemplo: inclusão das perdas de condução dos dispositivos no modelo do conversor “boost”
6. Sumário

C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

O modelo de transformador CC

- *Equações básicas de um conversor CC-CC ideal:*

- $P_I = P_O$
 - $V_I I_I = V_O I_O$
- $\eta = 100\%$



M(D) - Razão de conversão ideal

- $V_O = M(D) V_I$
- $I_I = M(D) I_O$

C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Circuitos equivalentes correspondentes às equações ideais

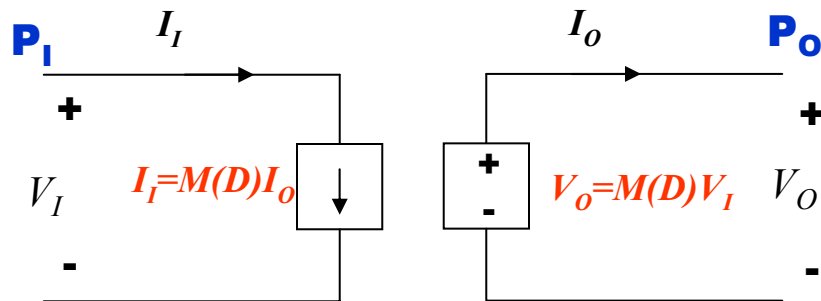
$$P_I = P_O$$

$$V_I I_I = V_O I_O$$

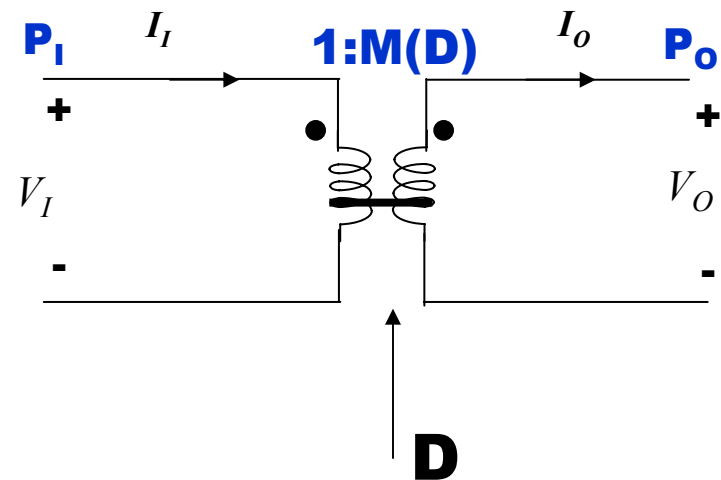
$$V_O = M(D) V_I$$

$$I_I = M(D) I_O$$

Fontes Dependentes



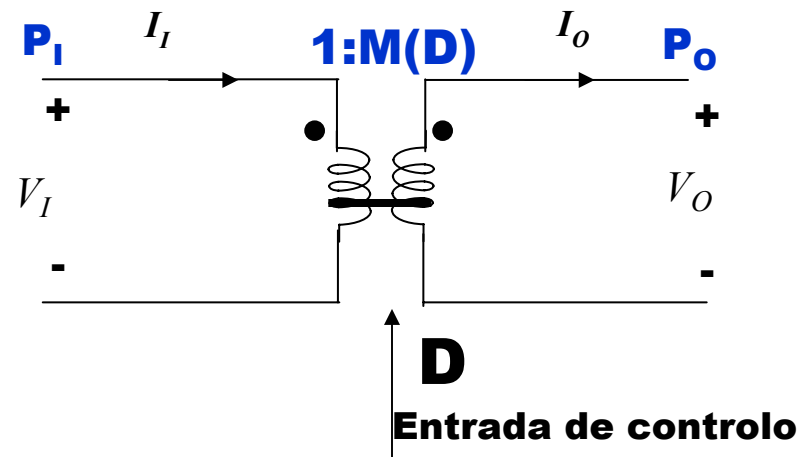
Transformador CC



Entrada de controlo

C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

O modelo do transformador de CC



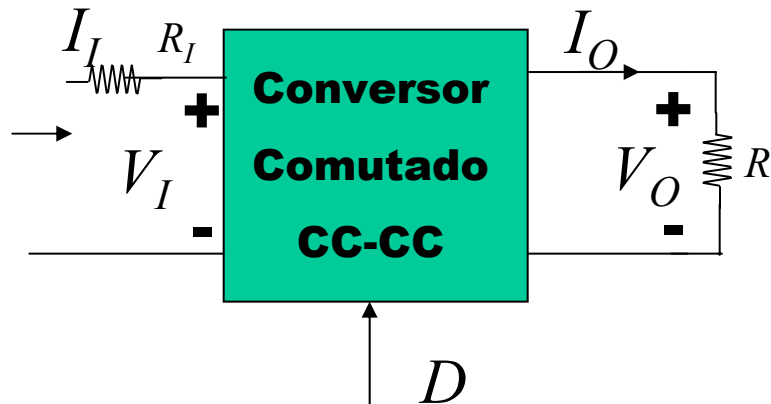
Propriedades básicas do modelo do conversor CC-CC ideal:

- Conversão de tensões e correntes contínuas, idealmente com 100% de rendimento
- Razão de conversão M controlável através do factor de ciclo
- Linha recta a cheio indica que o modelo do transformador ideal é capaz de processar tensões e correntes contínuas
- modelo invariante no tempo que pode ser resolvido para calcular as componentes contínuas das grandezas eléctricas do conversor (não comutado)

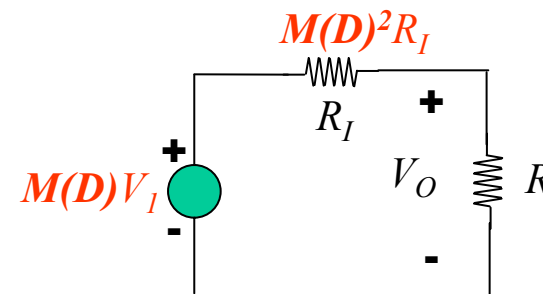
C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Exemplo: uso do modelo transformador de CC

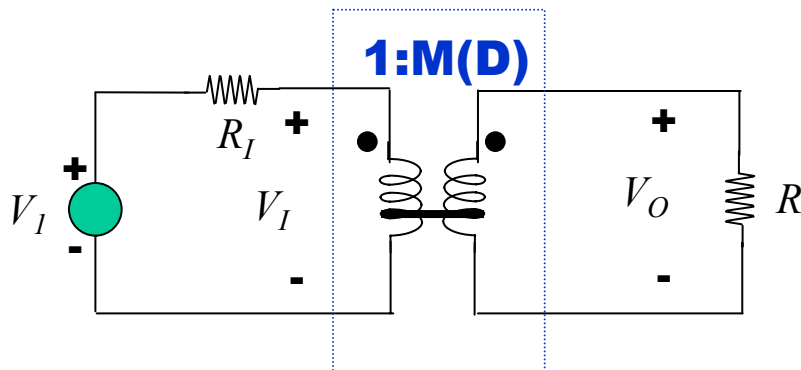
1. Sistema original



3. Transferir a fonte através do transformador



2. Inserir modelo do conversor

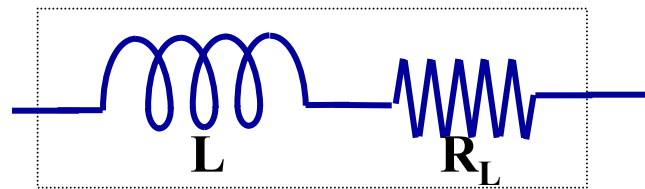


4. Resolver o circuito

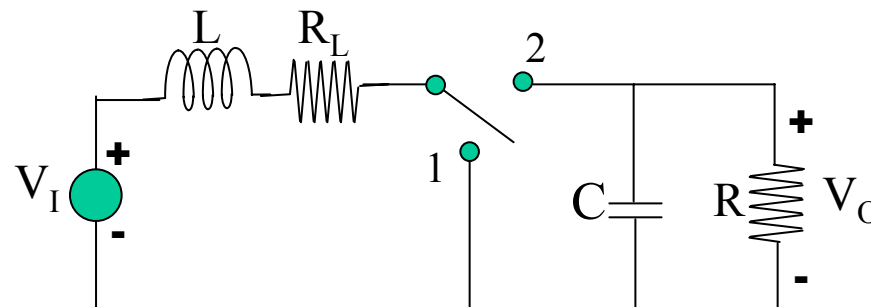
$$V_O = M(D)V_I \frac{R}{R + M(D)^2 R_I}$$

C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Exemplo: Inclusão da resistência de perdas da bobine

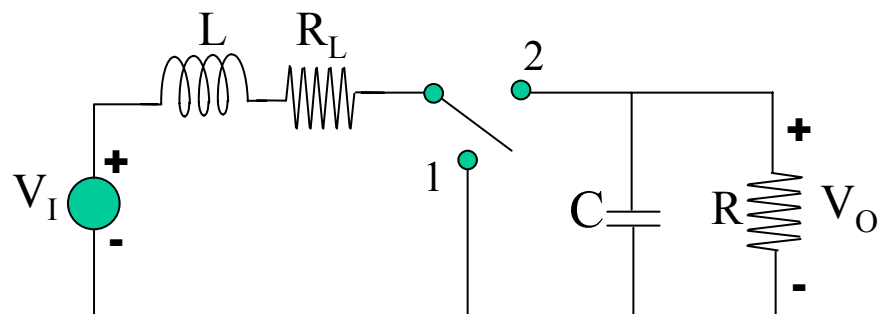


Introduzir o modelo da bobine no conversor “boost”

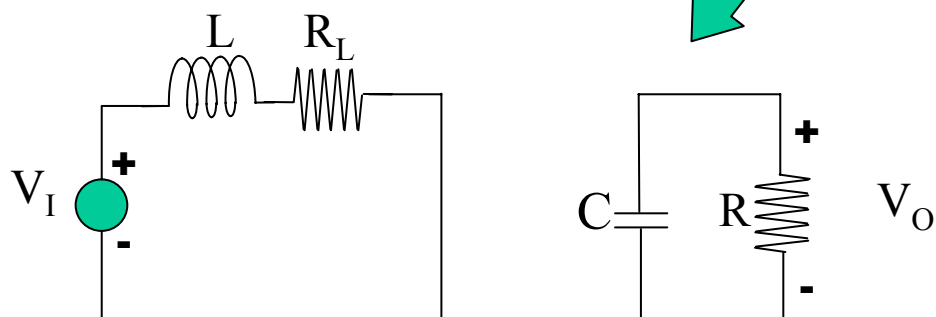


C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

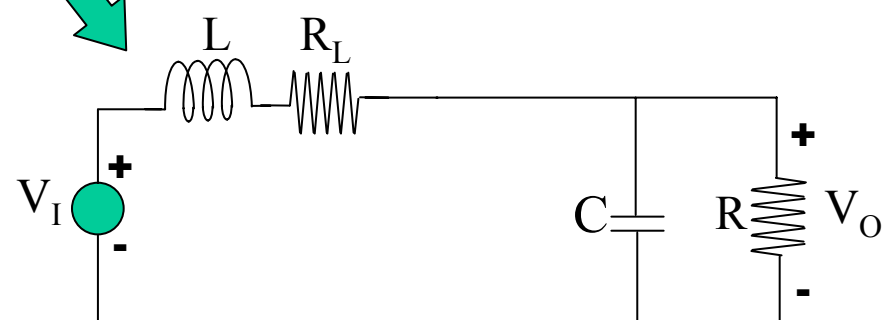
Análise do conversor “boost” não ideal



Interruptor na posição 1



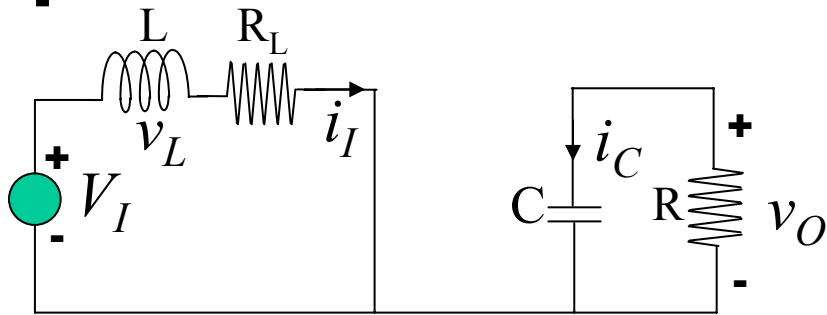
Interruptor na posição 2



C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Equações do circuito

1

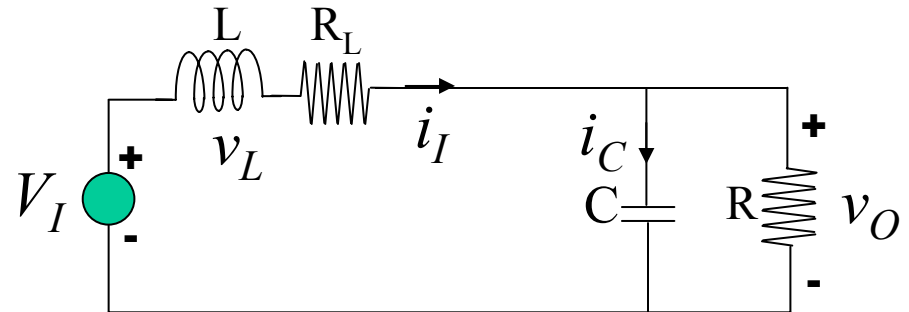


**Tensão na bobine e
Corrente no condensador**

$$v_L(t) = V_I - i_I(t)R_L$$

$$i_C(t) = -v_O(t)/R$$

2



**Tensão na bobine e
Corrente no condensador**

$$v_L(t) = V_I - i_I(t)R_L - v_O(t)$$

$$i_C(t) = i_I(t) - v_O(t)/R_L$$

Aproximação de baixo tremor

$$v_L(t) = V_I - I_I R_L$$

$$i_C(t) = -V_O/R$$

$$v_L(t) = V_I - I_I R_L - V_O$$

$$i_C(t) = I_I - V_O/R$$

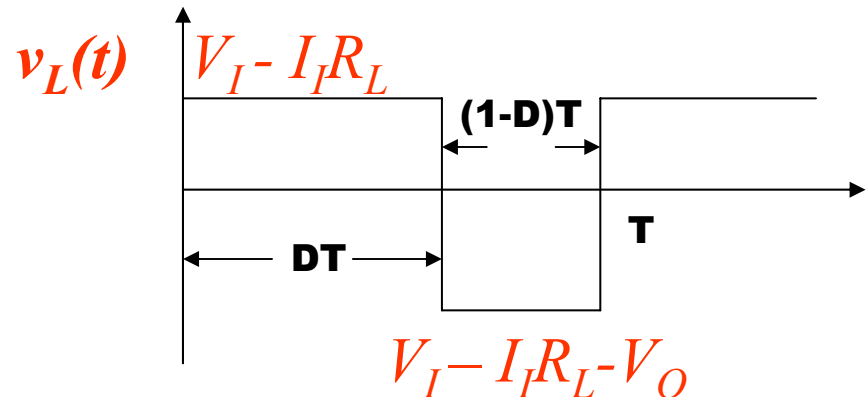
C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Tensão na bobine e corrente no condensador

Valor médio da tensão na bobine:

$$\begin{aligned}\langle v_L \rangle &= \frac{1}{T} \int_0^T v_L(t) dt = \\ &= D(V_I - I_I R_L) + D'(V_I - I_I R_L - V_O)\end{aligned}$$

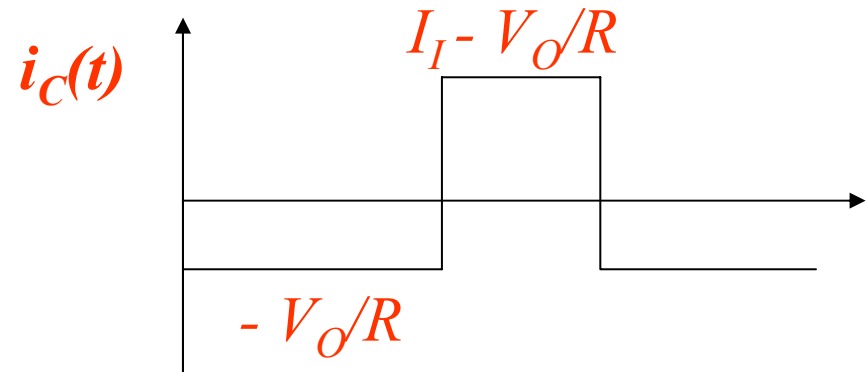
$$0 = V_I - I_I R_L - D'V_O$$



Valor médio da corrente no condensador:

$$\begin{aligned}\langle i_C \rangle &= \frac{1}{T} \int_0^T i_C(t) dt = \\ &= D(-V_O / R) + D'(I_I - V_O / R)\end{aligned}$$

$$0 = D'I_I - V_O / R$$



C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Tensão de saída $V_o/V_i=f(D)$

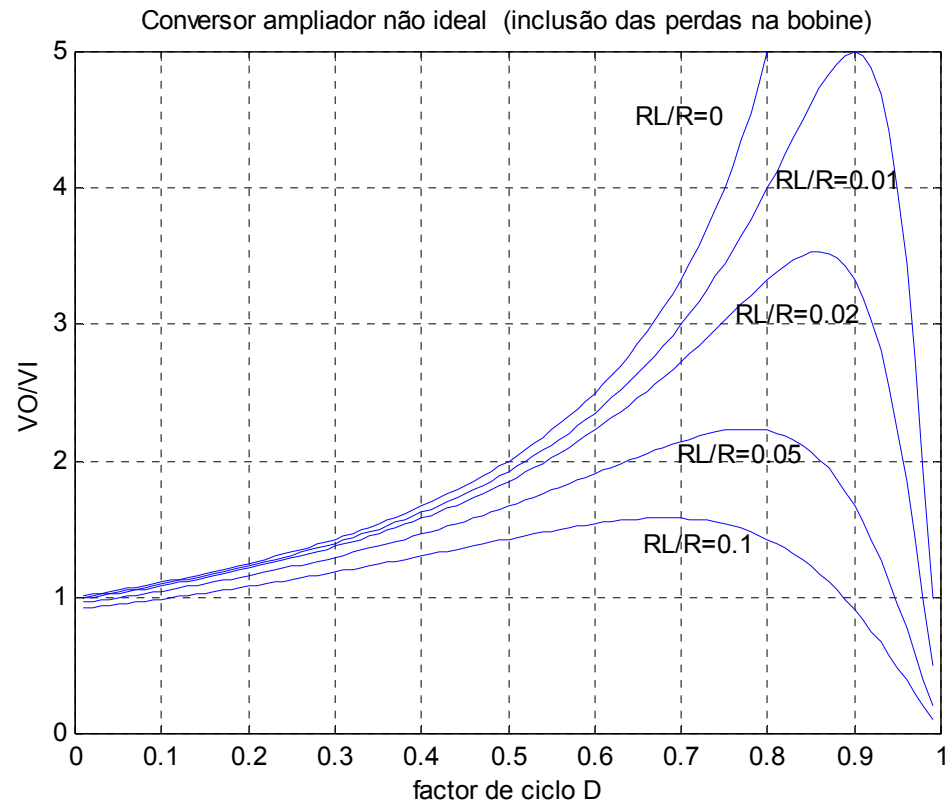
Resolvendo o sistema de eq.

$$0 = V_I - I_I R_L - D' V_o$$

$$0 = D' I_I - V_o / R$$

Obtêm-se:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{D'} \frac{1}{\left(1 + R_L / D'^2 R\right)}$$



Construção do modelo equivalente do circuito

Tem-se:

$$\langle v_L \rangle = 0 = V_I - I_I R_L - D' V_O$$

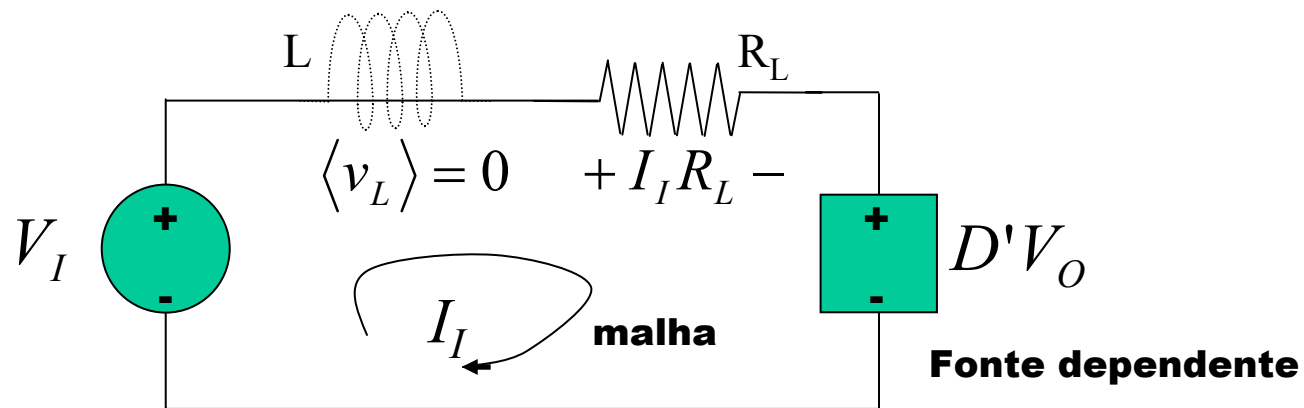
$$\langle i_C \rangle = 0 = D' I_I - V_O / R$$

- **Considerem-se estas equações como equações das malhas e dos nós**
- **Reconstrua-se o circuito equivalente satisfazendo estas equações**

C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Equação da tensão na bobine (malha):

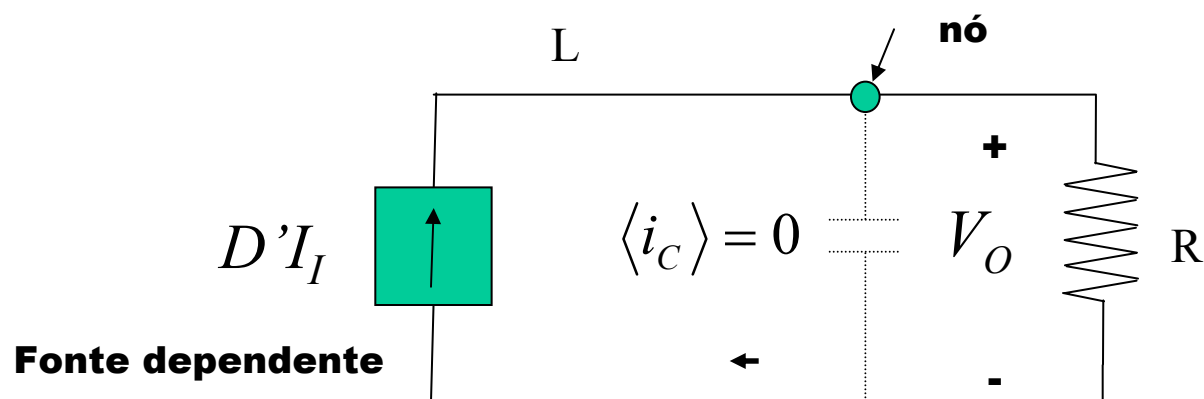
$$\langle v_L \rangle = 0 = V_I - I_I R_L - D'V_O$$



C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Equação da corrente no condensador (nó):

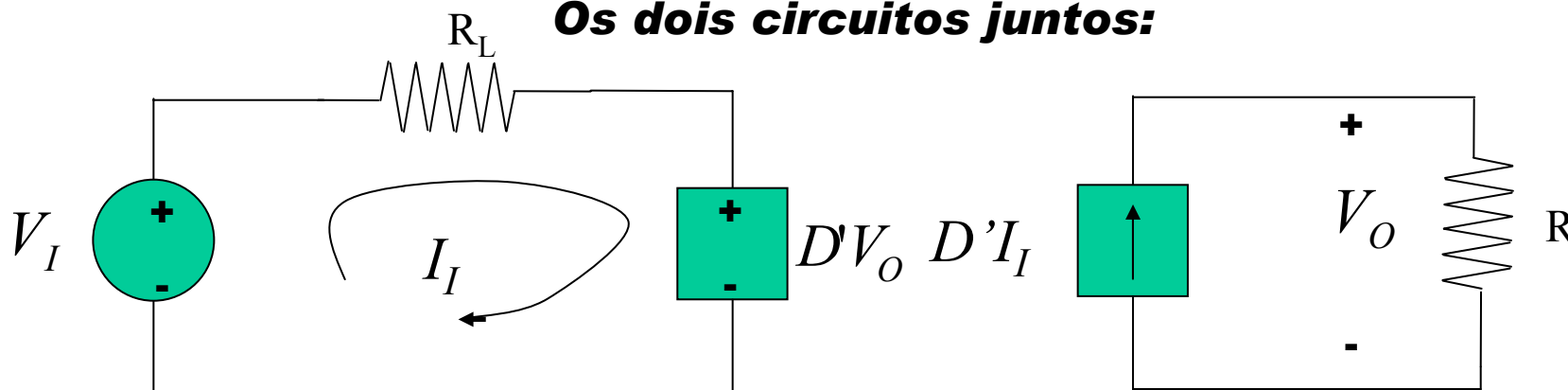
$$\langle i_C \rangle = 0 = D' I_I - V_O / R$$



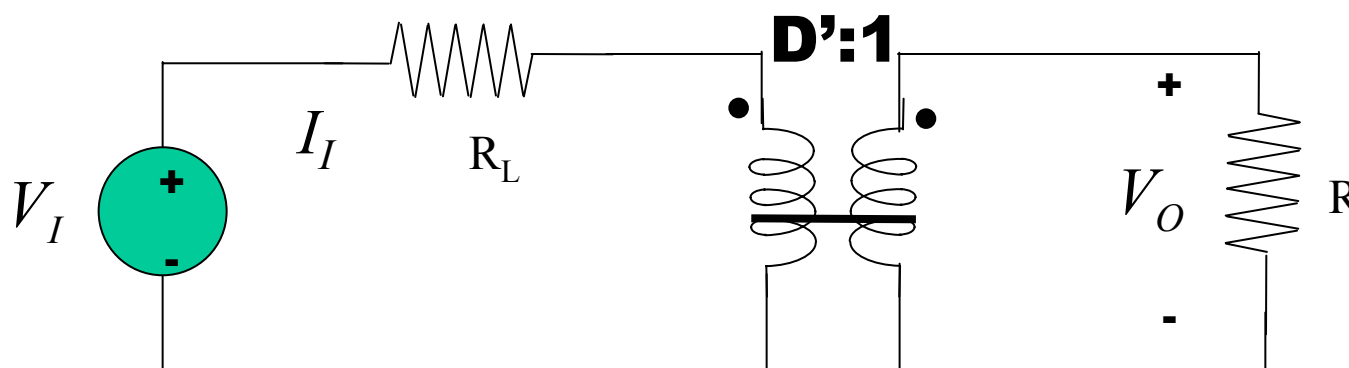
C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Circuito equivalente completo

Os dois circuitos juntos:



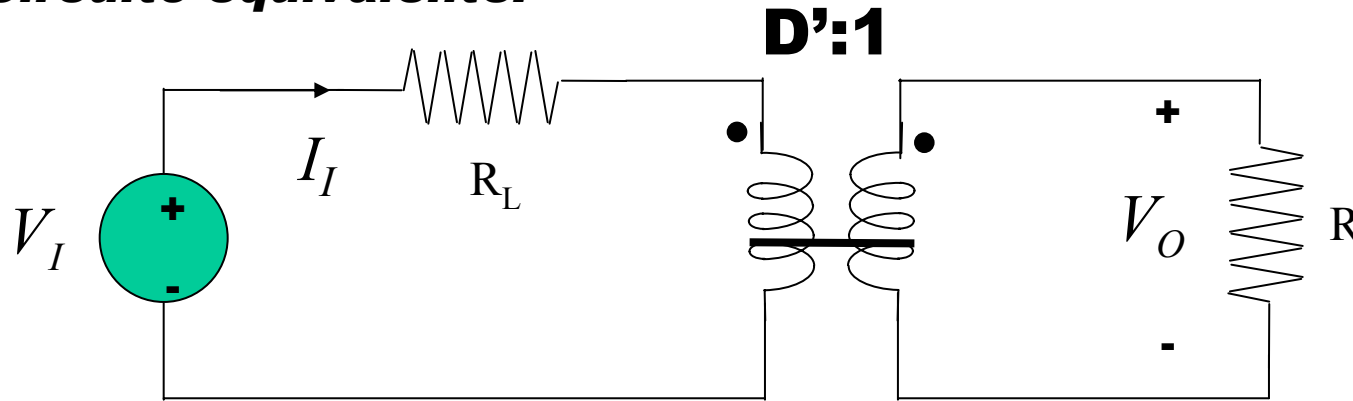
As fontes dependentes são equivalentes a um transformador $D':1$



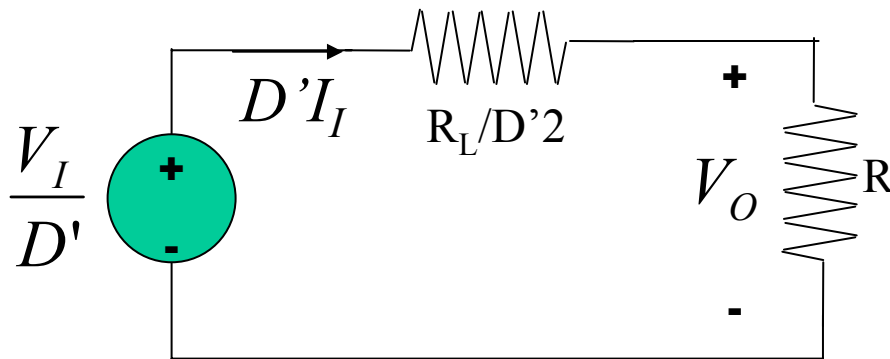
C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Solução do circuito equivalente

Circuito equivalente:



Referir todos os elementos ao secundário do transformador



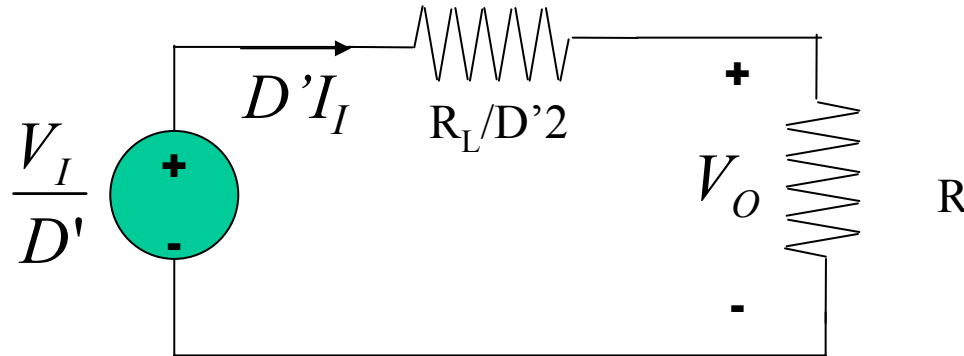
Tensão de saída:

$$V_O = \frac{V_I}{D'} \frac{R}{R + \frac{R_L}{D'^2}} = \frac{V_I}{D'} \frac{1}{1 + \frac{R_L}{D'^2 R}}$$

C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Soluções:

Circuito equivalente:



Rendimento:

$$P_I = V_I I_I$$

$$P_O = V_O D' I_I$$

Tensão de saída:

$$V_O = \frac{V_I}{D'} \frac{R}{R + \frac{R_L}{D'^2}} = \frac{V_I}{D'} \frac{1}{1 + \frac{R_L}{D'^2 R}}$$

$$\eta = \frac{P_O}{P_I} = \frac{V_O D' I_I}{V_I I_I} = \frac{V_O D'}{V_I} = \frac{1}{1 + \frac{R_L}{D'^2 R}}$$

Corrente de entrada:

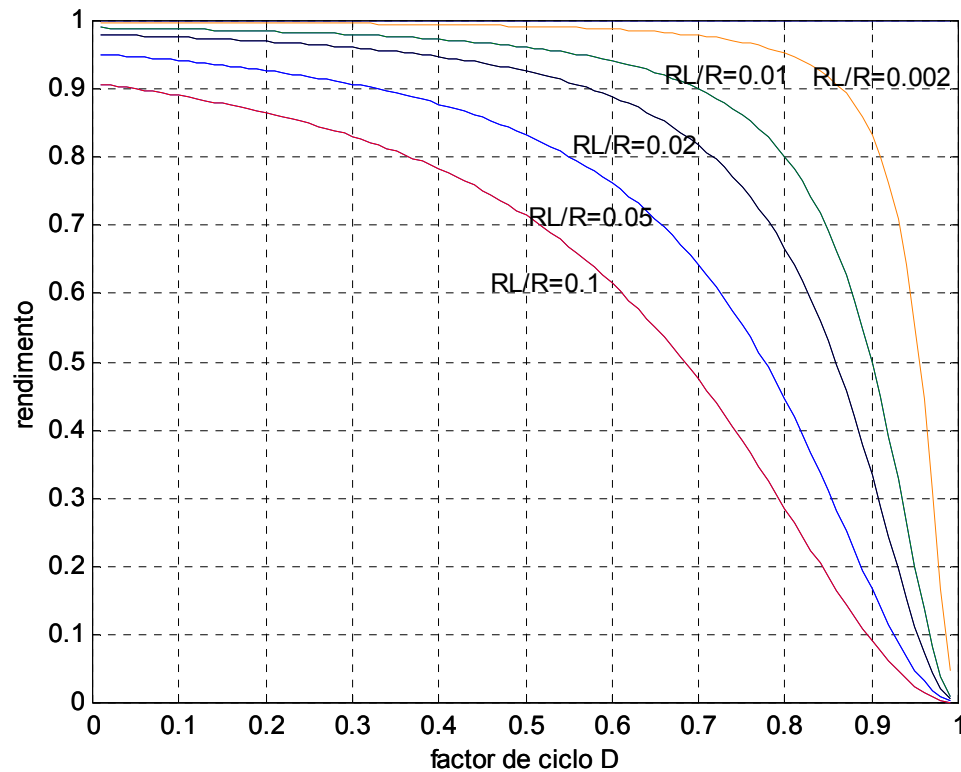
$$I_I = \frac{V_I}{D'^2 R + R_L} = \frac{V_I}{D'^2} \frac{1}{1 + \frac{R_L}{D'^2 R}}$$

C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Conversor amplificador não ideal (R_L)

$$\eta = \frac{P_o}{P_i} = \frac{1}{1 + \frac{R_L}{D^2 R}}$$

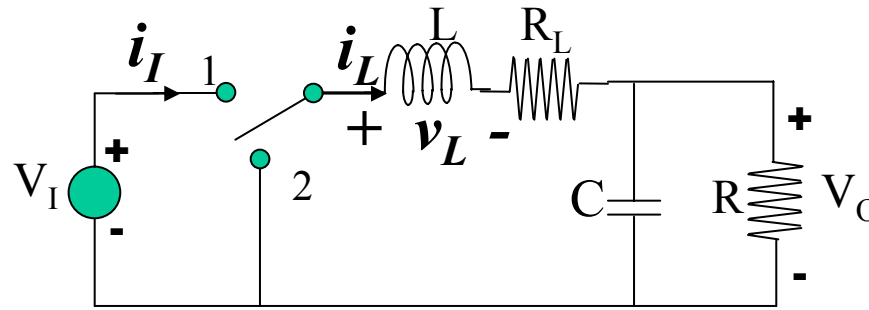
Rendimento $\eta = f(D, R_L/R)$



C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Obtenção da porta de entrada do modelo

Determinação do modelo do conversor redutor



Média da tensão na bobine e da corrente no condensador:

$$\langle v_L \rangle = 0 = DV_I - I_L R_L - V_O$$

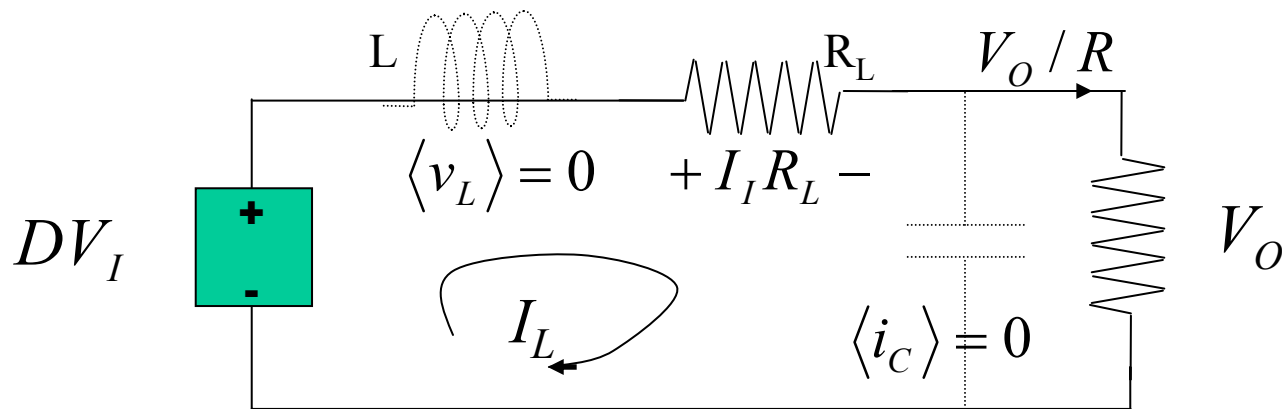
$$\langle i_C \rangle = 0 = I_L - V_O / R$$

C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Obtenção da porta de entrada do modelo (cont)

$$\langle v_L \rangle = 0 = DV_I - I_L R_L - V_O$$

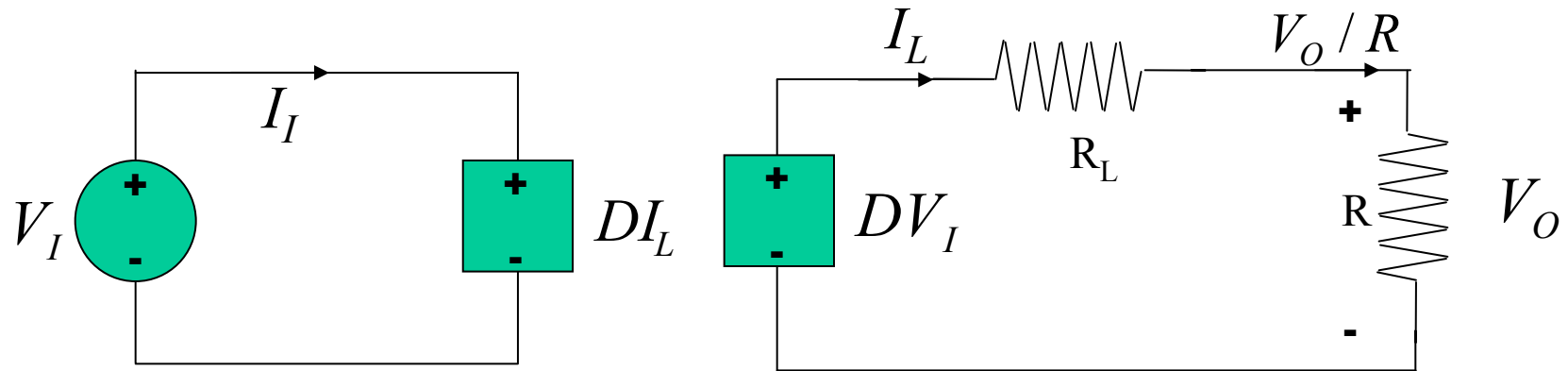
$$\langle i_C \rangle = 0 = I_L - V_O / R$$



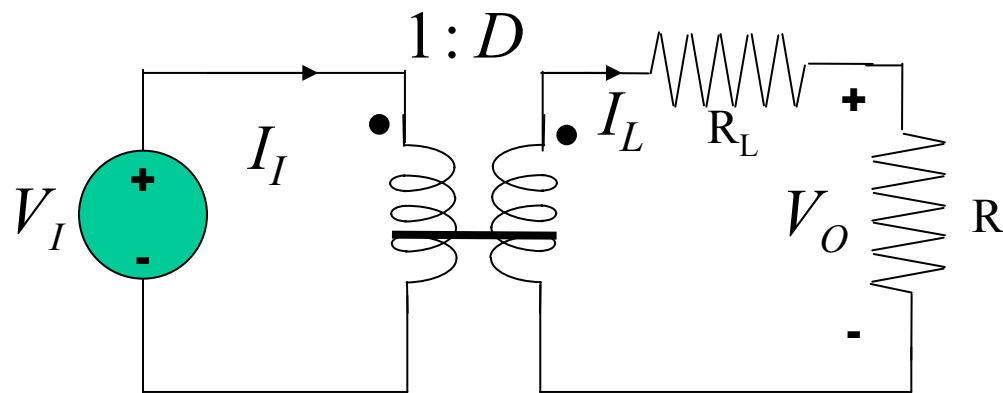
É necessária outra equação que relacione a corrente de entrada com o factor de ciclo para obtermos o modelo do transformador

C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Circuito equivalente completo do conversor redutor

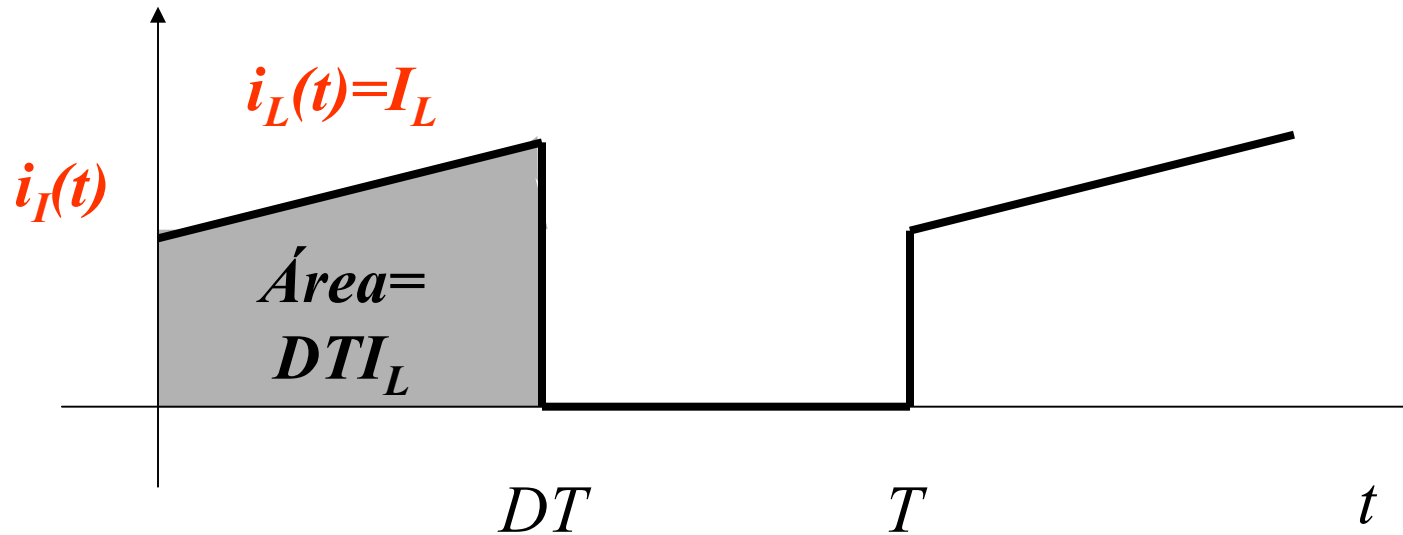


Substituir as fontes dependentes pelo transformador equivalente de cc:



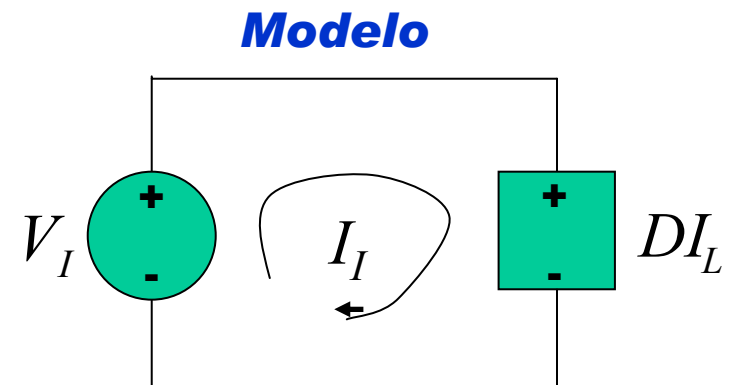
C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Forma de onda da corrente de entrada $i_I(t)$



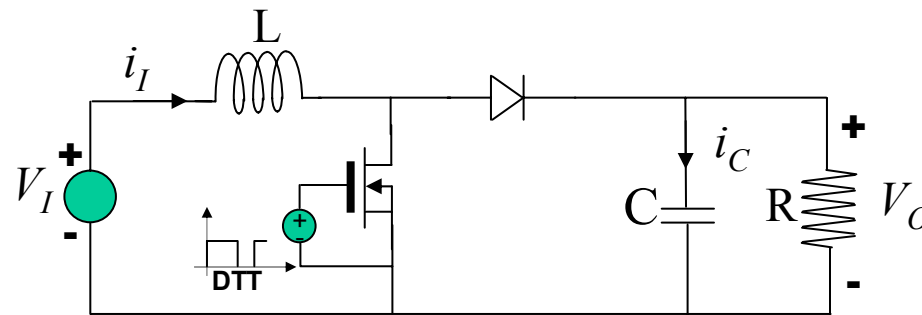
Valor médio da corrente de entrada I_I :

$$I_I = \frac{1}{T} \int_0^T i_L(t) dt = DI_L$$



C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Exemplo: Inclusão das perdas de condução nos dispositivos no modelo do conversor amplificador



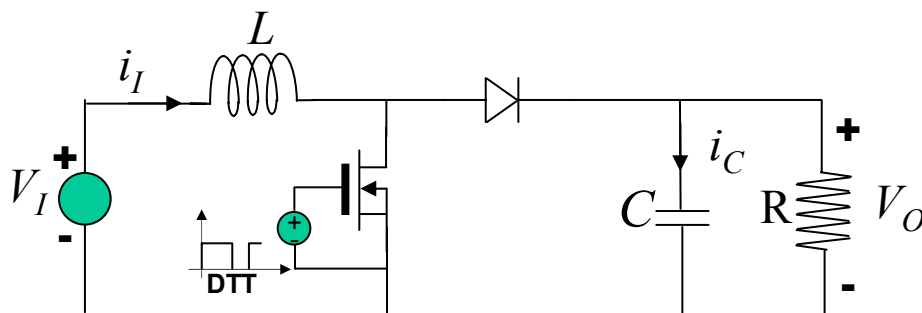
Modelos de dispositivos semicondutores na condução:

MOSFET: Resistência de condução R_{on}

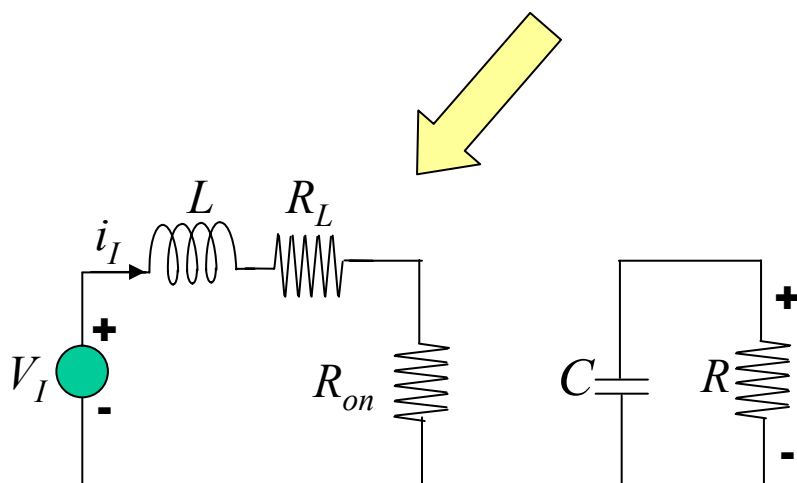
DIODO: fonte de tensão constante V_D e resistência de condução R_D

Inserir estes modelos nos subcircuitos

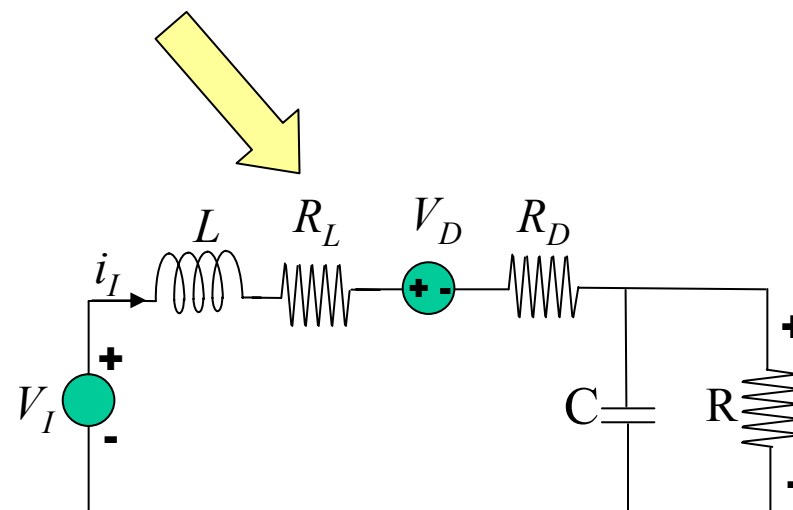
C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC



Posição 1

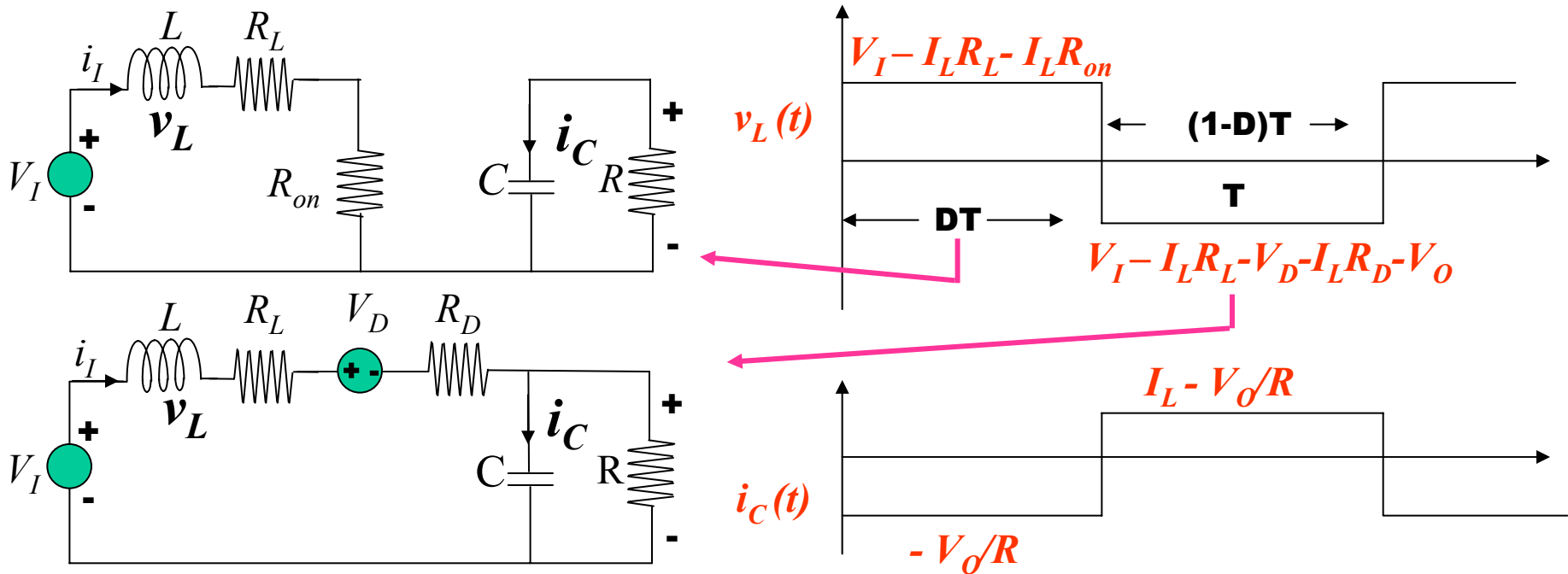


Posição 2



C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Valores médios da tensão na bobine e da corrente no condensador



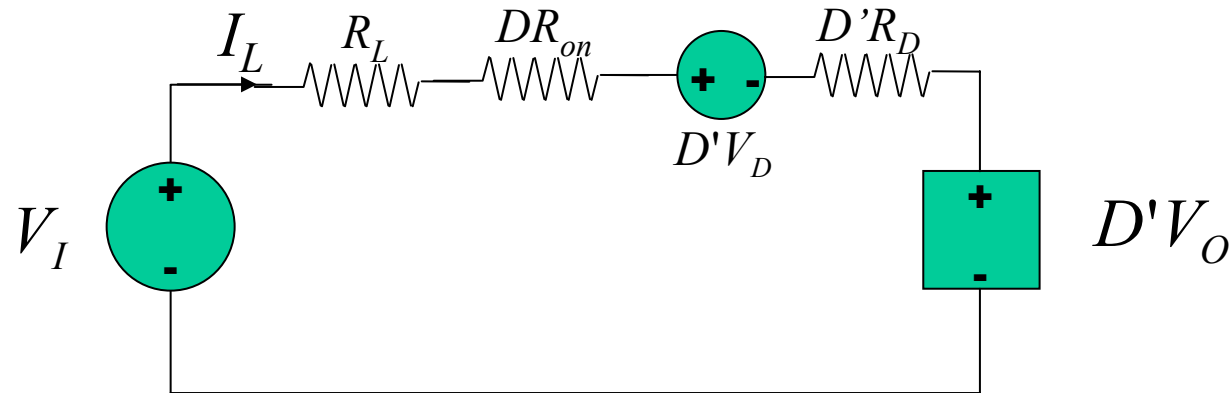
$$\langle v_L \rangle = 0 = D(V_I - I_L R_L - I_L R_{on}) + D'(V_I - I_L R_L - V_D - I_L R_D - V_O)$$

$$\langle i_C \rangle = 0 = D(-V_O / R) + D'(I_L - V_O / R)$$

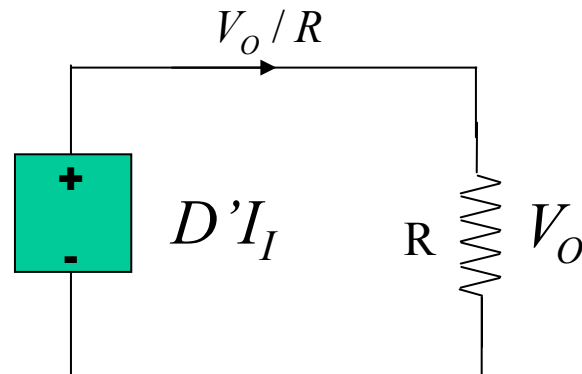
C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Construção dos circuitos equivalentes:

$$V_I - I_L R_L - I_L D R_{on} - D' V_D - I_L D' R_D - D' V_O = 0$$

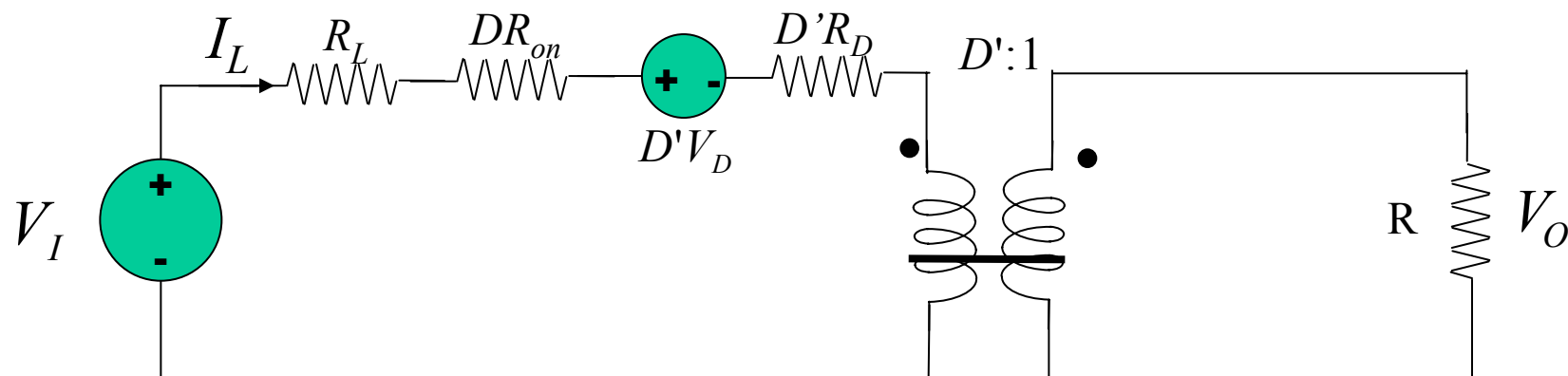
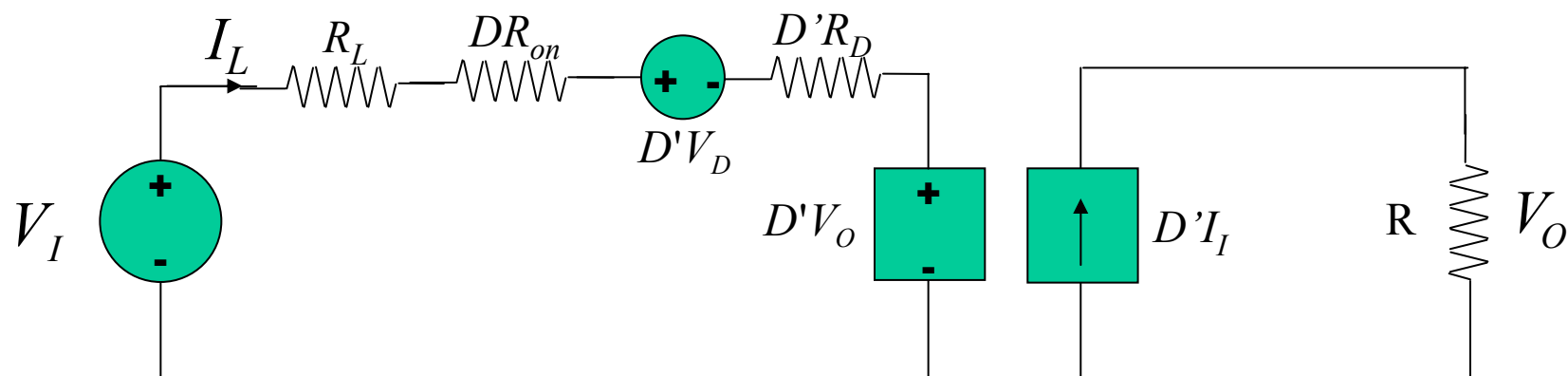


$$D' I_L - V_O / R = 0$$



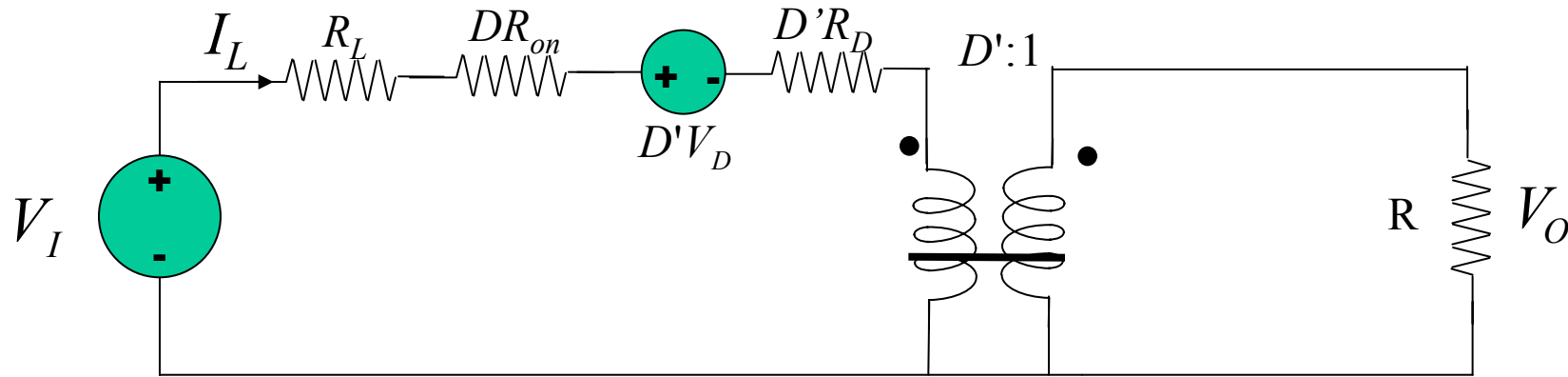
C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Circuito equivalente completo:



C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Tensão de saída

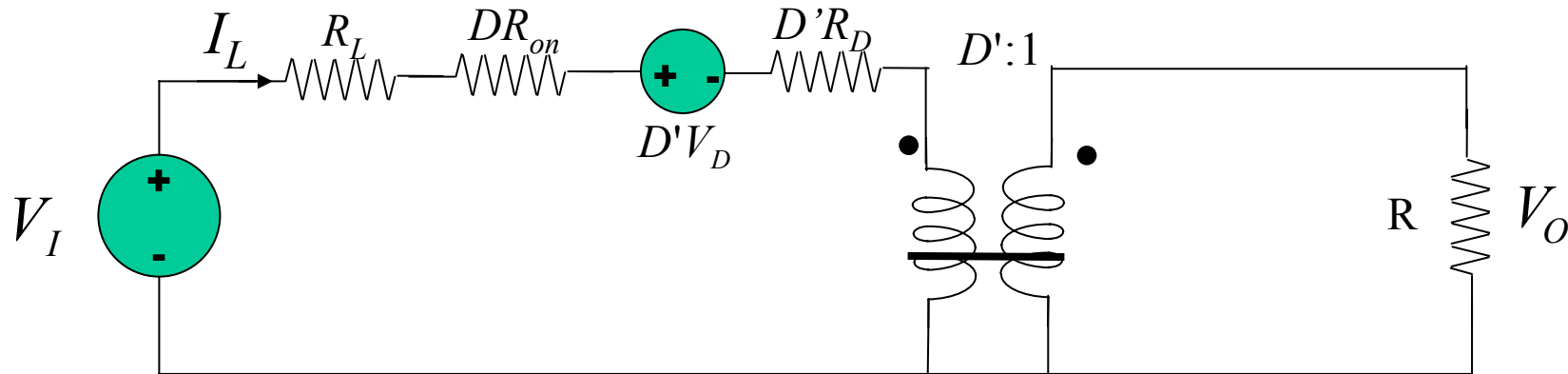


$$V_O = \left(\frac{1}{D'} \right) (V_I - D'V_D) \frac{D'^2 R}{D'^2 R + R_L + DR_{on} D' R_D}$$

$$\frac{V_O}{V_I} = \left(\frac{1}{D'} \right) \left(1 - \frac{D'V_D}{V_I} \right) \left(\frac{1}{1 + \frac{R_L + DR_{on} D' R_D}{D'^2 R}} \right)$$

C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Rendimento



$$P_i = V_I I_i$$

$$P_o = V_o D' I_i$$



$$\eta = D' \frac{V_o}{V_I} = \frac{\left(1 - \frac{D'V_D}{V_I}\right)}{\left(1 + \frac{R_L + DR_{on}D'R_D}{D'^2 R}\right)}$$

Condições para alto rendimento:

$$V_I/D' \gg V_D$$

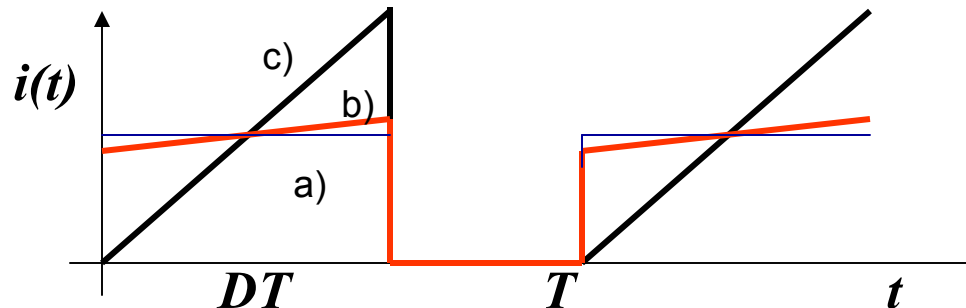
$$D'^2 R \gg R_L + DR_{on} + D'R_D$$

C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Rigor do modelo da média na previsão das perdas

- O modelo usa correntes e tensões médias
- Para prever correctamente a potência de perdas numa resistência, usam-se valores eficazes
- O resultado é idêntico se o “ripple” for baixo

Formas de onda da corrente no MOSFET para vários valores de “ripple”:



Ripple da corrente na bobine	Valor eficaz da corrente no M	Potência dissipada em R_{on}
(a) $\Delta i = 0$	$I (D)^{1/2}$	$DI^2 R_{on}$
(b) $\Delta i = 0.1I$	$(1.00167) I (D)^{1/2}$	$(1.0033) DI^2 R_{on}$
(c) $\Delta i = I$	$(1.155) I (D)^{1/2}$	$(1.3333) DI^2 R_{on}$

C.C.A.F. Modelização de Conversores CC-CC

Sumário

- O modelo do transformador CC representa as funções básicas de qualquer conversor CC-CC: transformação de valores dc de corrente e de tensão, idealmente com 100% de rendimento, e controlar a relação de conversão M através do factor de ciclo D .
- O modelo pode ser refinado para conter as perdas reais, tais como as perdas no enrolamento da bobine, e as resistências e as quedas de tensão de condução dos dispositivos. O modelo refinado permite prever as tensões, correntes e rendimento dos conversores não ideais.
- Em geral o modelo equivalente de um conversor pode ser determinado a partir das equações dos valores médios da tensão na bobine e da corrente no condensador. Os circuitos equivalentes são construídos por forma que as suas equações das malhas e dos nós coincidam com as expressões referidas. Os conversores que apresentam uma corrente pulsada de entrada, necessitam uma equação adicional para modelar a entrada; esta equação pode ser obtida calculando o valor médio da corrente de entrada do conversor.