

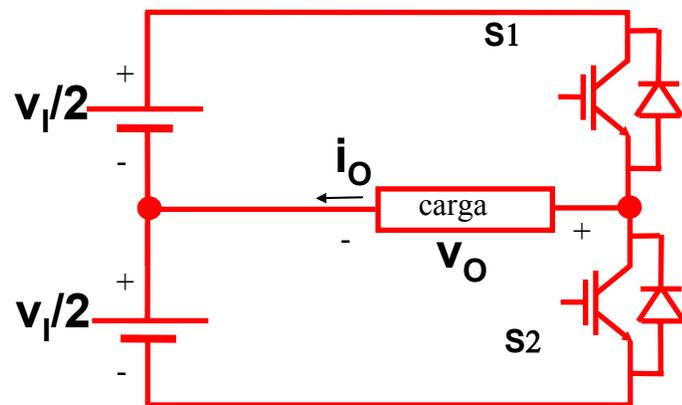
### CONVERSORES CC-CA

#### *Aplicações:*

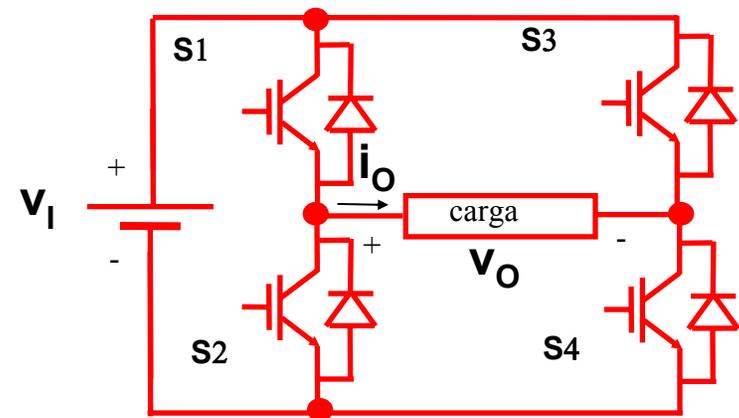
- controlo de velocidade de motores de indução
- fontes de alimentação ininterruptíveis (UPS)
- variadores de frequência
- fontes de alimentação móveis
- aquecimento por indução

Conversores CC-CA  
de frequência variável

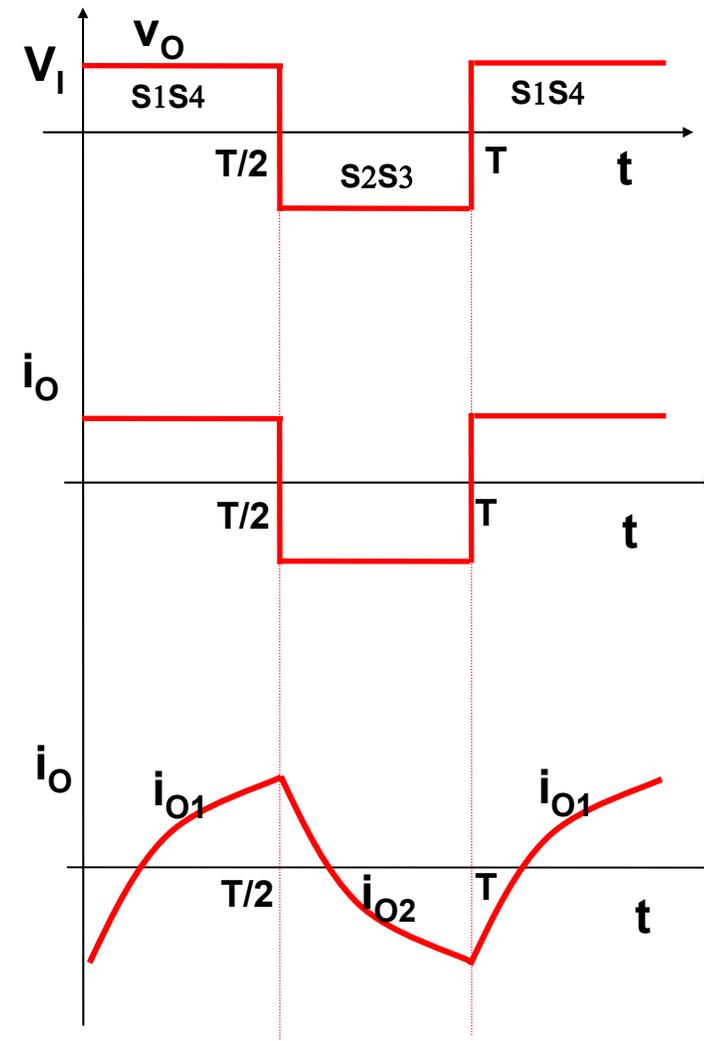
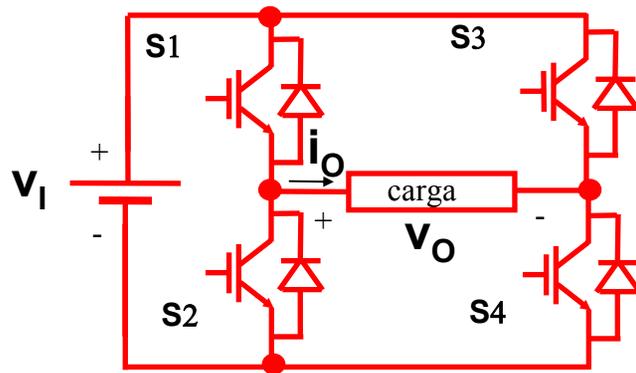
#### *Inversor monofásico em meia ponte*



#### *Inversor monofásico em ponte*



### Inversor monofásico em ponte – princípio básico



#### Carga R

$$0 < t < T/2 \quad \begin{aligned} v_O &= V_I \\ i_o &= V_I/R \end{aligned}$$

$$T/2 < t < T \quad \begin{aligned} v_O &= -V_I \\ i_o &= -V_I/R \end{aligned}$$

#### Carga RL

$$0 < t < T/2 \quad \begin{aligned} v_O &= V_I \\ i_{O1} &= Ae^{(-R/L)t} + V_I/R \end{aligned}$$

$$T/2 < t < T \quad \begin{aligned} v_O &= -V_I \\ i_{O2} &= Be^{(-R/L)(t-T/2)} - V_I/R \end{aligned}$$

### Determinação das constantes de integração

*Carga RL*

$$i_{O1} = Ae^{(-R/L)t} + V_f/R$$
$$i_{O2} = Be^{(-R/L)(t-T/2)} - V_f/R$$

Condições de regime permanente



$$i_{O1}(0) = i_{O2}(T) \quad (1)$$

$$i_{O1}(T/2) = i_{O2}(T/2) \quad (2)$$



$$(1) \quad i_{O1}(0) = A + V_f/R = Be^{(-R/L)T/2} - V_f/R = i_{O2}(T)$$

$$(2) \quad i_{O1}(T/2) = A e^{(-R/L)T/2} + V_f/R = B - V_f/R = i_{O2}(T/2)$$

de (1) e (2)  $A = -B \quad (3)$

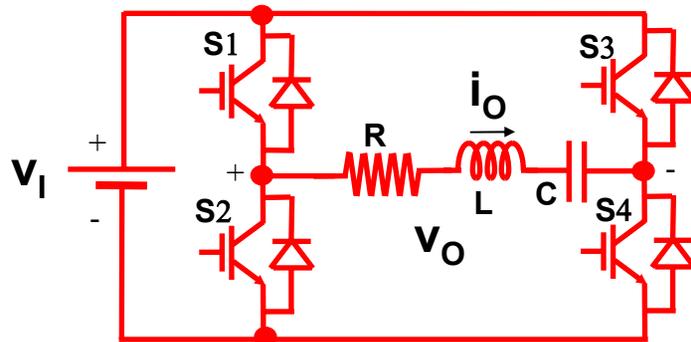
de (1) e (3)  $A + A e^{(-R/L)T/2} = -2V_f/R$

$$A[1 + e^{(-R/L)T/2}] = -2V_f/R$$

$$A = -2V_f/R [1/(1 + e^{(-R/L)T/2})]$$

$$B = 2V_f/R [1/(1 + e^{(-R/L)T/2})]$$

### Outros tipos de carga



### Carga RLC

$0 < t < T/2$

$$v_O = V_I$$

$$i_{O1} = e^{-(R/2L)t} (A \cos \omega t + B \sin \omega t)$$

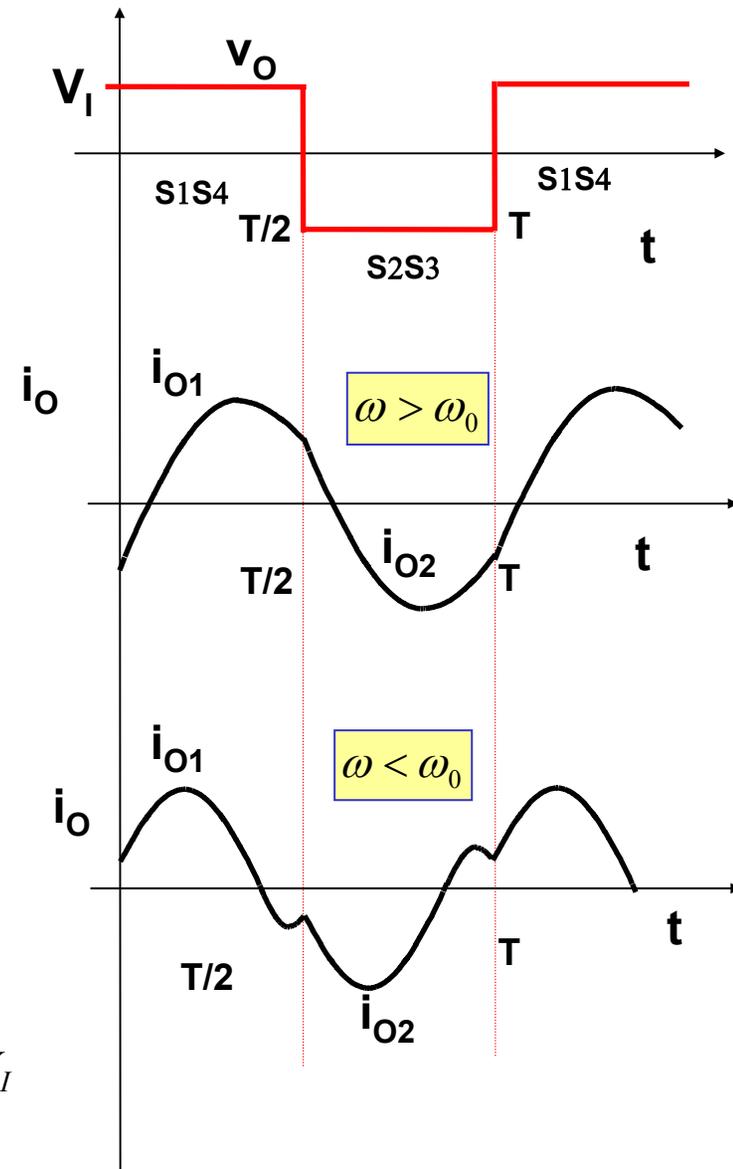
$$v_{C1} = e^{-(R/2L)t} (C \cos \omega t + D \sin \omega t) + V_I$$

$T/2 < t < T$

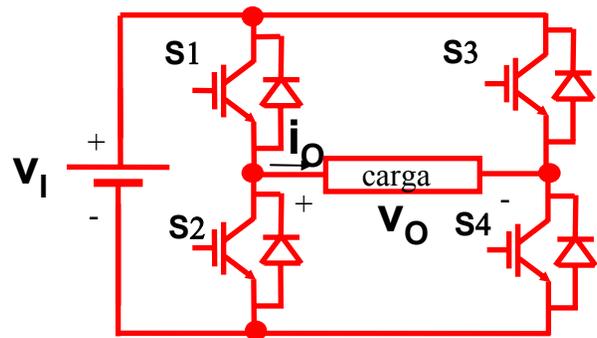
$$v_O = -V_I$$

$$i_{O2} = e^{-(R/2L)(t-T/2)} [(-A) \cos \omega t + (-B) \sin \omega t]$$

$$v_{C2} = e^{-(R/2L)(t-T/2)} [(-C) \cos \omega t + (-D) \sin \omega t] - V_I$$



### Modulação por um impulso



1 Plena onda (dois níveis)

$$v_o = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos n\omega t$$

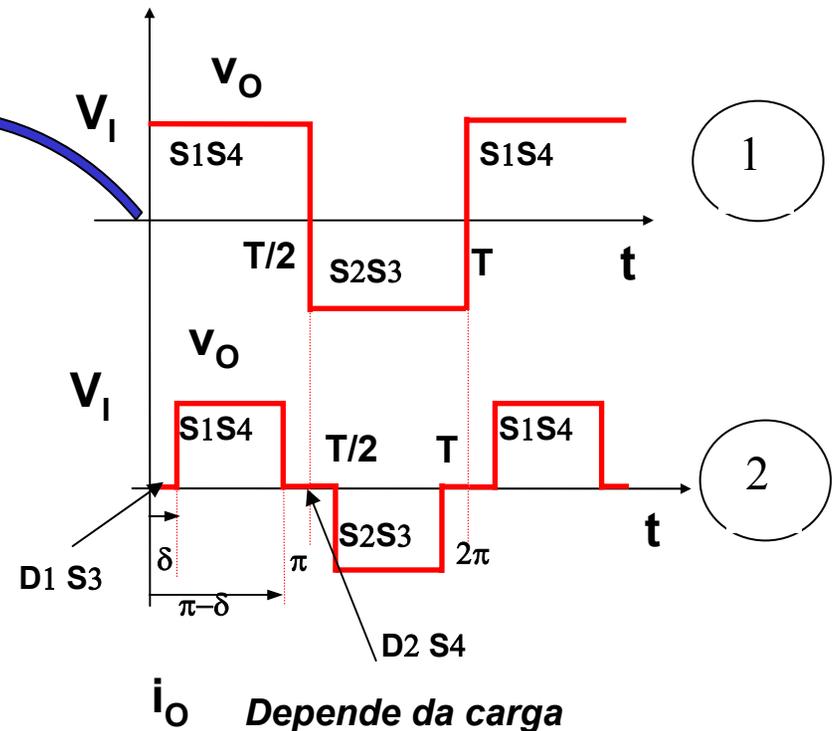
$$a_n = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} v_o \sin(n\omega t) d(\omega t) = \frac{4V_I}{\pi} \frac{1}{n} \sin(n\omega t)$$

$$b_n = 0$$

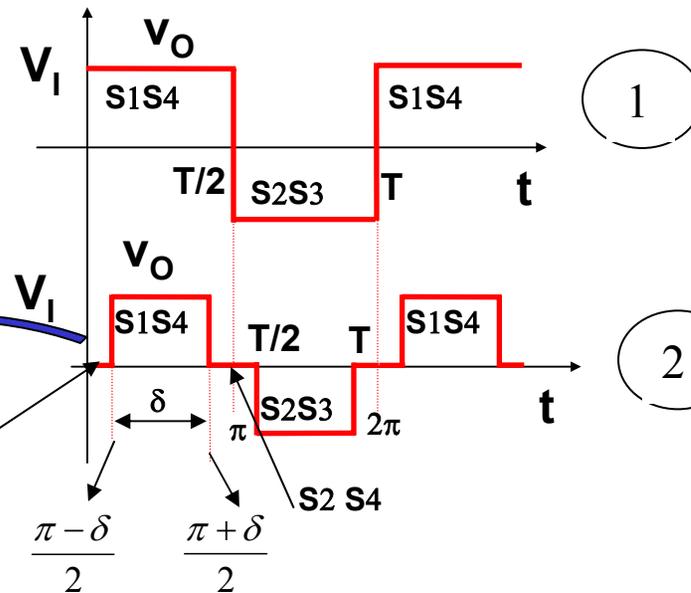
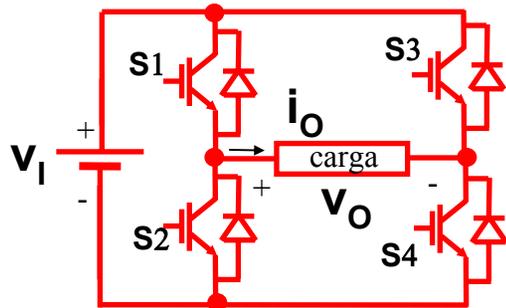
$$v_o = \frac{4V_I}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(n\omega t)$$

$$v_{Orms} = V_I$$

Não há controlo de potência  
na carga



### Modulação por um impulso



2 Três níveis

$$v_o = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos n\omega t$$

$$a_n = \frac{2}{2\pi} \int_{\frac{\pi-\delta}{2}}^{\frac{\pi+\delta}{2}} v_o \sin(n\omega t) d(\omega t) = \frac{4V_I}{n\pi} \sin \frac{n\delta}{2} \sin(n\omega t)$$

$$b_n = 0$$

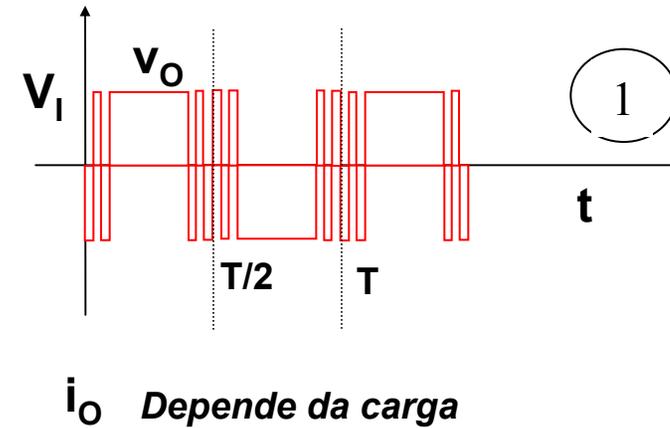
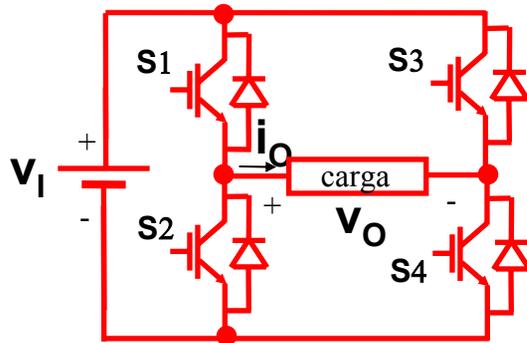
$$V_{O1h} = \frac{4V_I}{\pi} \sin \frac{\delta}{2}$$

$$V_{Orms} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\frac{\pi-\delta}{2}}^{\frac{\pi+\delta}{2}} V_I^2 d\omega t} = V_I \sqrt{\frac{\delta}{\pi}}$$

O controlo de potência na carga obtêm-se variando  $\delta$

$i_o$  Depende da carga

### Modulação por vários impulsos



1

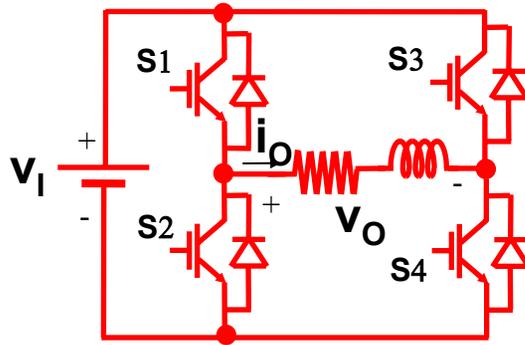
*Dois níveis*

$$v_O = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t$$

$$V_{Orms} = V_I$$

Não há controlo de potência na carga –  
Variação do conteúdo harmónico

Carga RL



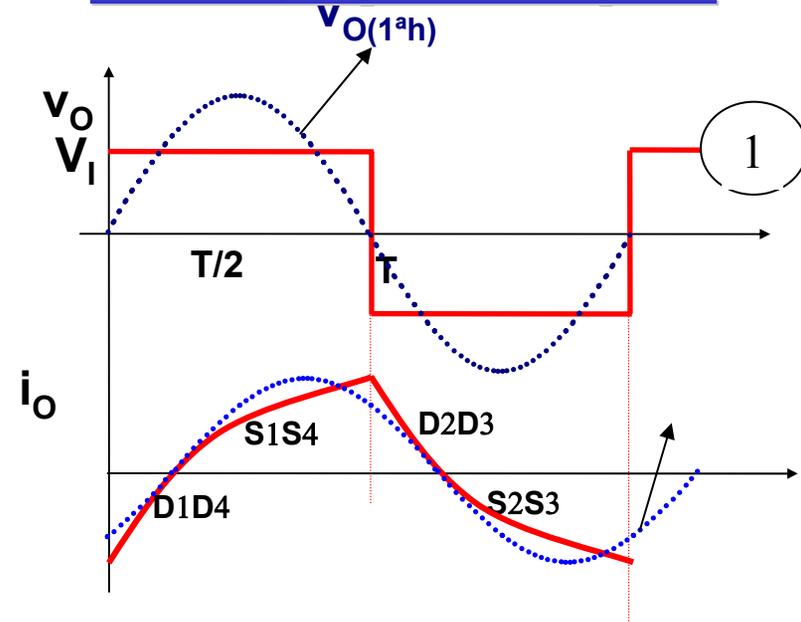
$$v_O = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t$$

$$i_O = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{Z_n} \cos(n\omega t + \phi_n) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{Z_n} \sin(n\omega t + \phi_n)$$

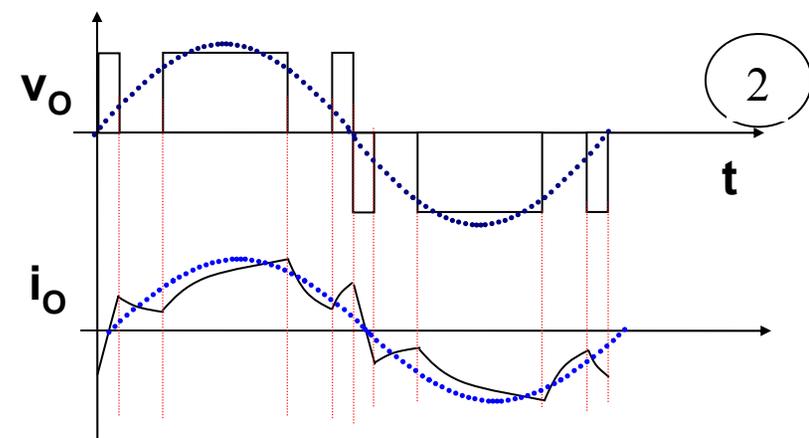
$$Z_n = \sqrt{R^2 + (n\omega L)^2}$$

$$\phi_n = \tan^{-1} \frac{n\omega L}{R}$$

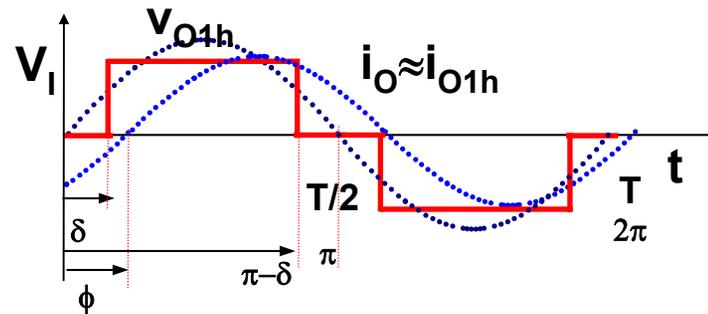
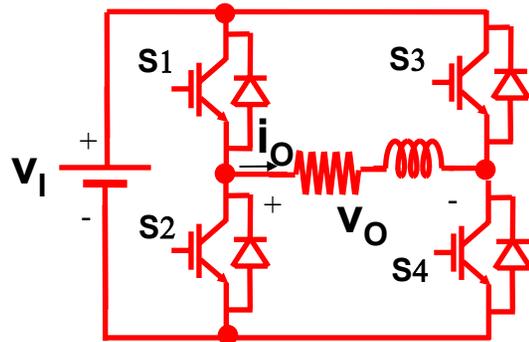
### Modulação por um impulso



### Modulação por vários impulsos



### Conversores em ponte com cargas com factor de potência não unitário



$L/R > \pi/\omega$  pode aproximar-se a corrente à 1ª harmónica

$$\Rightarrow i_O(t) \approx I_{O1h} \sin(\omega t - \phi)$$

$$I_{O1h} = \frac{V_{O1h}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

$$\phi_{1h} = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$$

$$\phi_{1h} = \phi$$

$$V_{O1h} = \frac{2V_I}{\pi} \int_{\delta}^{\pi-\delta} \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{4V_I}{\pi} \cos \delta$$

A potência média entregue à resistência é:

$$P = I_{O1hrms} V_{O1hrms} \cos \phi = \frac{I_{O1h} V_{O1h}}{2} \cos \phi$$

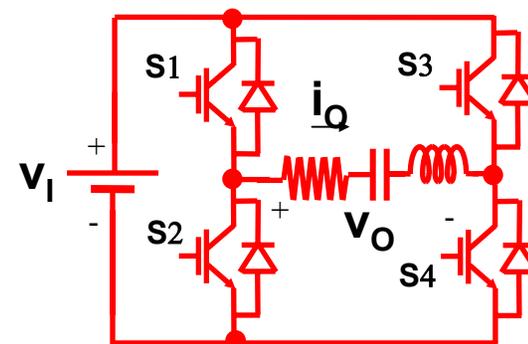
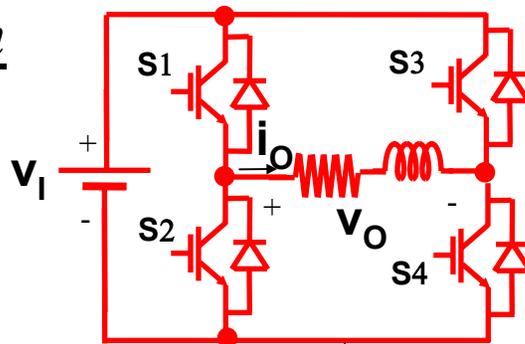
A potência na carga é controlada variando  $\delta$  ou  $V_I$

$$P = \frac{8V_I^2}{\pi^2 \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \cos^2 \delta \cos \phi$$

### Filtragem

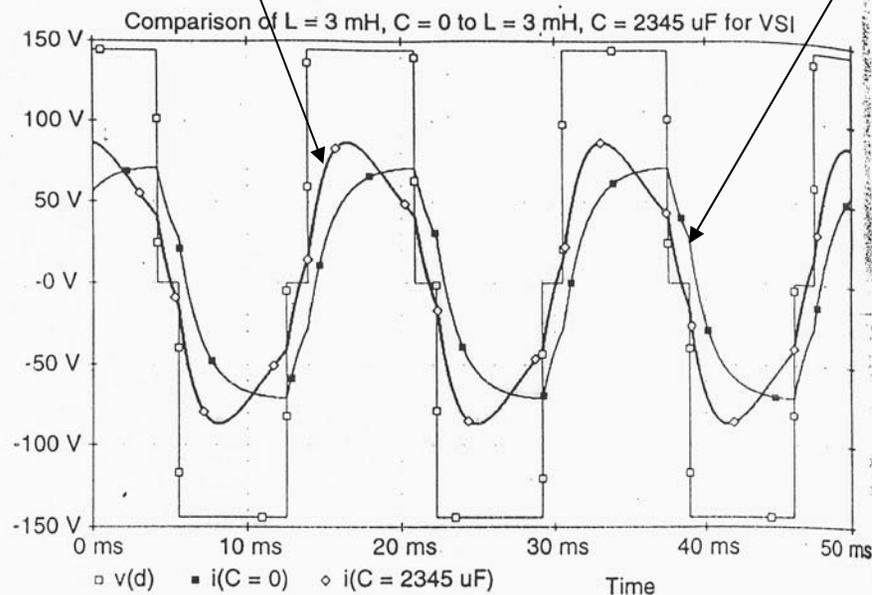
$L=3\text{mH}$

$C=0$



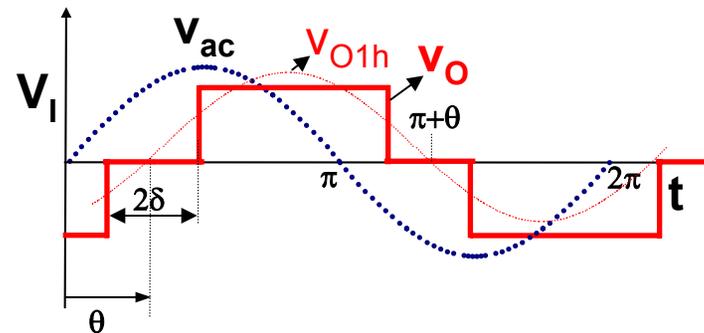
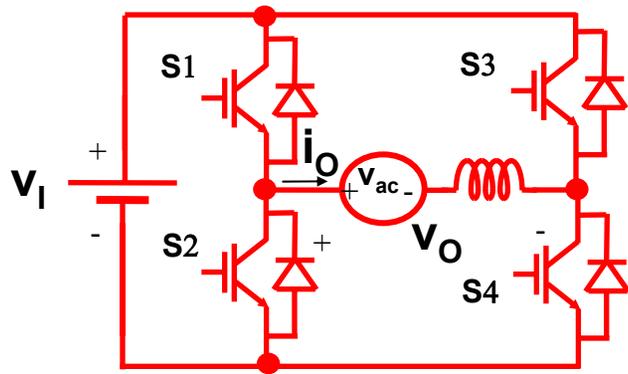
$L=3\text{mH}$

$C=2345\mu\text{F}$



*Formas de onda de tensão e de corrente na carga*

### Controlo de potência numa carga contendo uma fonte de tensão alternada

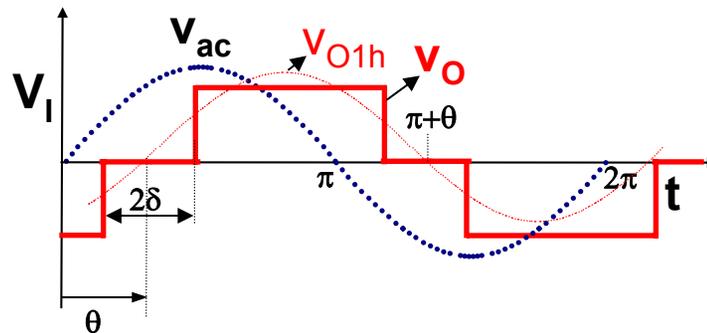
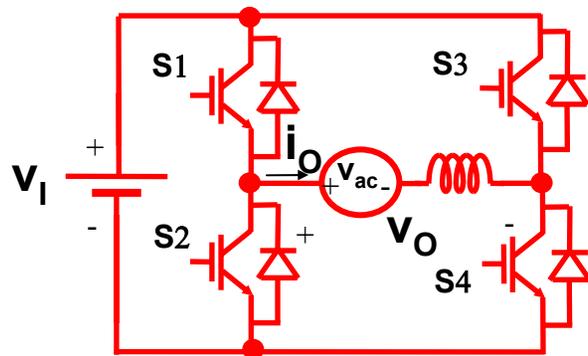


Controlo de potência efectua-se controlando, o ângulo entre  $v_O$  e  $v_{ac}$  ( $\theta$ ) ou o ângulo  $\delta$  existindo dois graus de liberdade para o controlo de potência.

#### **Exemplo:**

Determinar  $\theta$  e  $\delta$  por forma que a potência entregue à fonte ac seja **10kW**. Considere que a fonte ac opera com factor de potência unitário ( $v_{ac}$  em fase com  $i_{O1h}$ ).

( $V_{ac}=400V$ ;  $V_I=350V$ ;  $L=10mH$ )



$$I_{O1h} = \frac{V_{O1h} - V_{ac}}{j\omega L}$$

Como  $v_{ac}$  está em fase com  $i_{O1h}$  a potência é dada por:

$$P = \frac{I_{O1h} V_{ac}}{2} = 10kW$$

O que dá  $I_{O1h} = 50A$ . Escolhendo  $v_{ac}$  como referência para a medida dos ângulos, podemos exprimir  $V_{O1h}$  em termos de  $\delta$  e  $\theta$  e determinar os ângulos através de

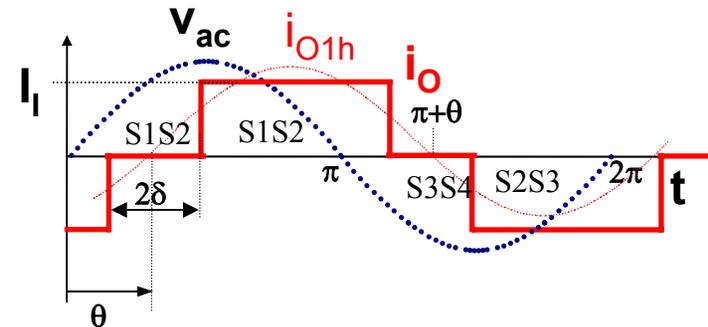
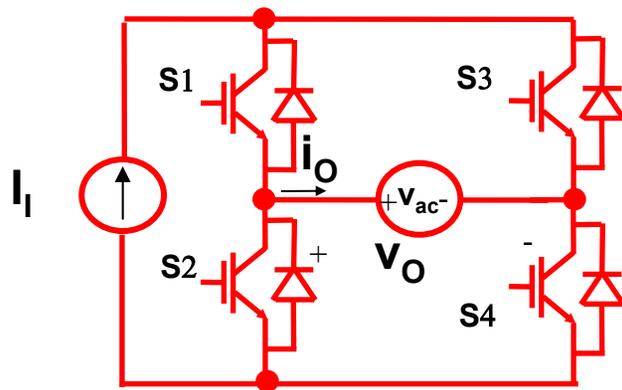
$$V_{O1h} = \frac{4V_I}{\pi} \cos \delta$$

$$\hat{I}_{O1h} = \frac{\hat{V}_{O1h} - \hat{V}_{ac}}{j\omega L} = 50$$

$$50 = \frac{(4V_I / \pi \cos \delta) e^{-j\theta} - V_{ac}}{j\omega L}$$

$\theta = -25.2^\circ$  e  $\delta = 7.1^\circ$

### Inversor alimentado em corrente



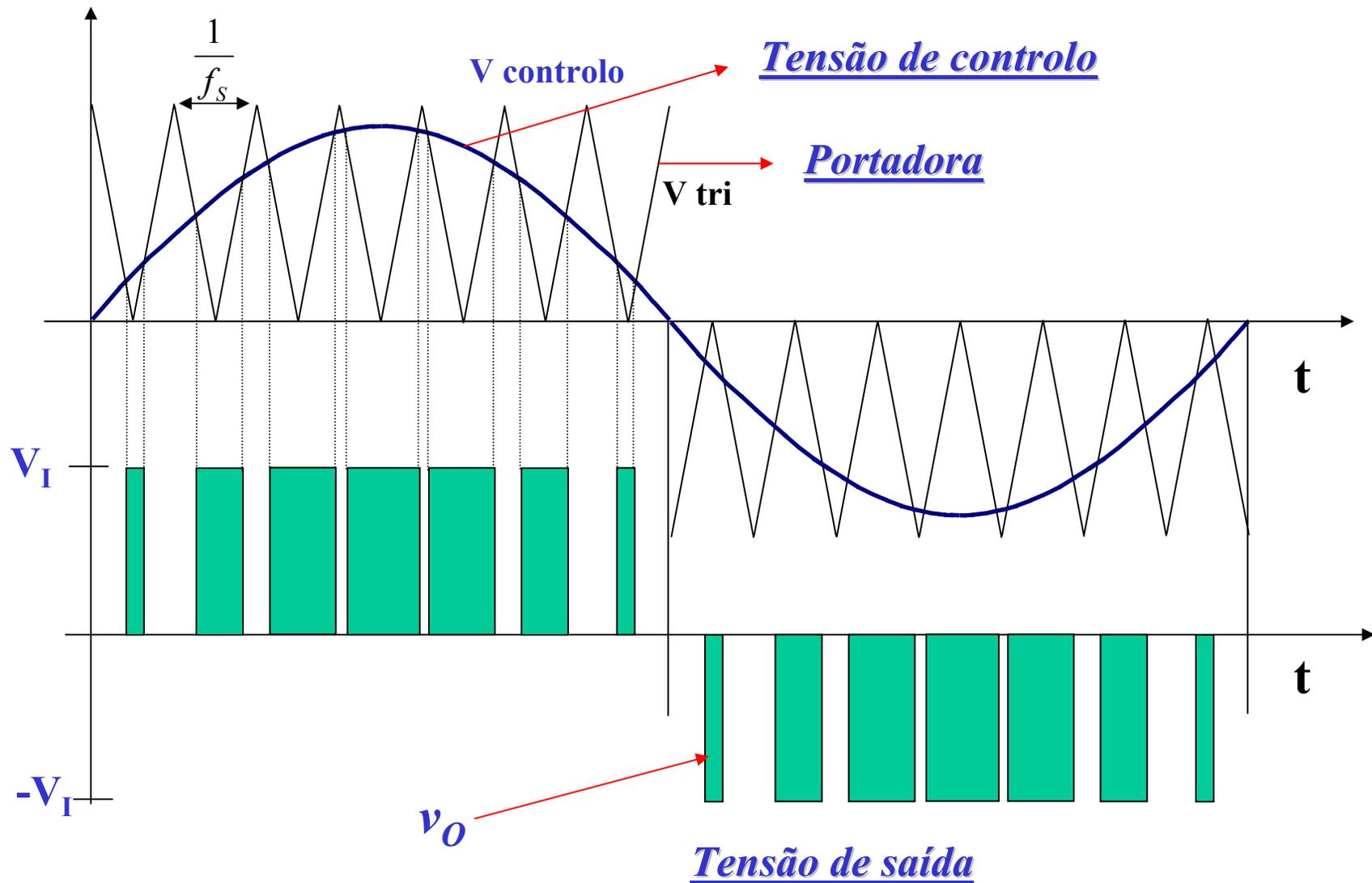
Potência média na fonte ac é:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T v_{ac} \cdot i_o = \frac{I_{O1h} V_{ac}}{2} \cos \theta$$

$$I_{O1h} = \frac{2I_I}{\pi} \int_{\delta}^{\pi-\delta} \sin(\alpha t) d(\alpha t) = \frac{4I_I}{\pi} \cos \delta$$

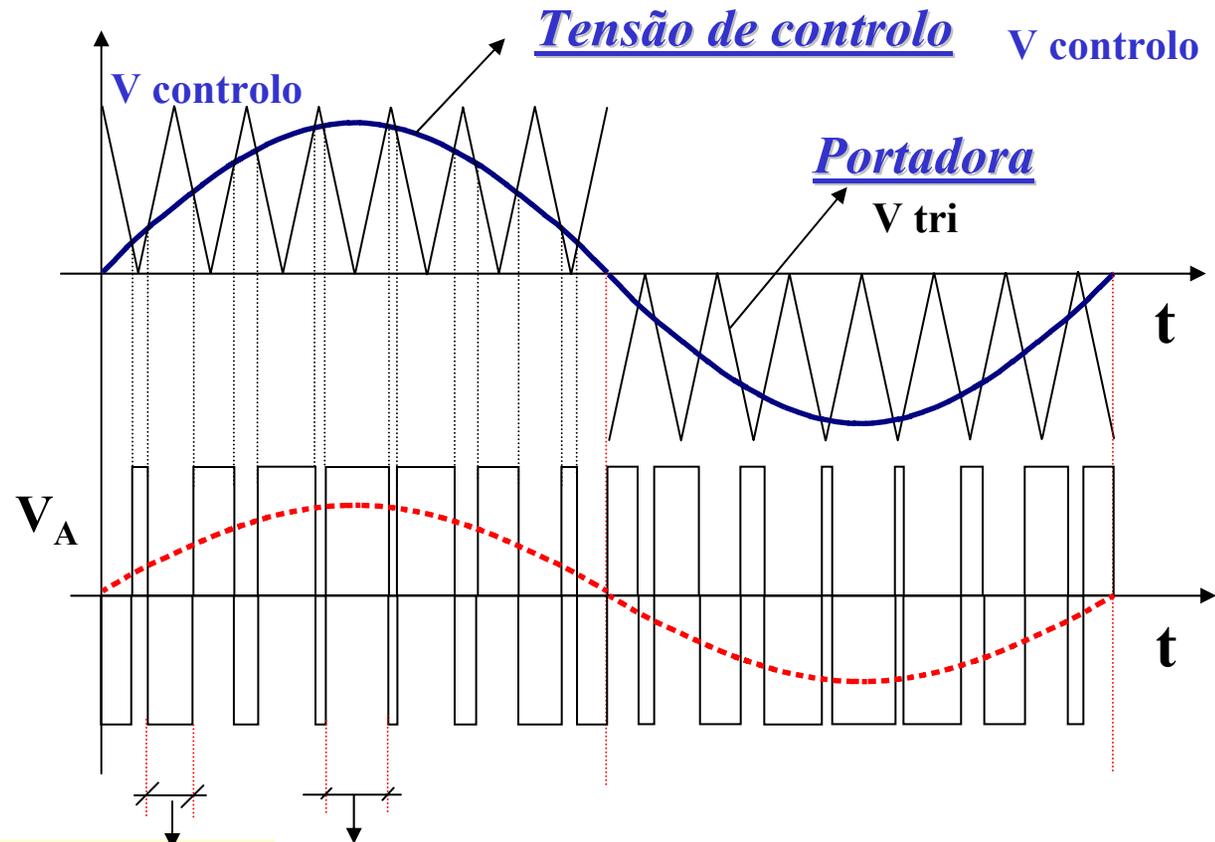
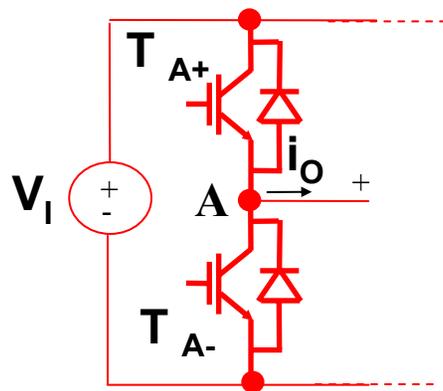
$$P = \frac{2I_I V_{ac}}{\pi} \cos \delta \cos \theta$$

### MODULAÇÃO SINUSOIDAL DE LARGURA DE IMPULSO



### MODULAÇÃO SINUSOIDAL DE LARGURA DE IMPULSO

#### Modulação a dois níveis



$V_{\text{control}} < V_{\text{tri}}$   
TA- on TA+ off

$V_{\text{control}} > V_{\text{tri}}$   
TA- off TA+ on

índice de modulação de amplitude

$$\rightarrow m_a = \frac{\hat{V}_{control}}{\hat{V}_{tri}}$$

índice de modulação de frequência

$$\rightarrow m_f = \frac{f_s}{f}$$

$V_{Ao}(h)/V_I$

**Harmónica fundamental**

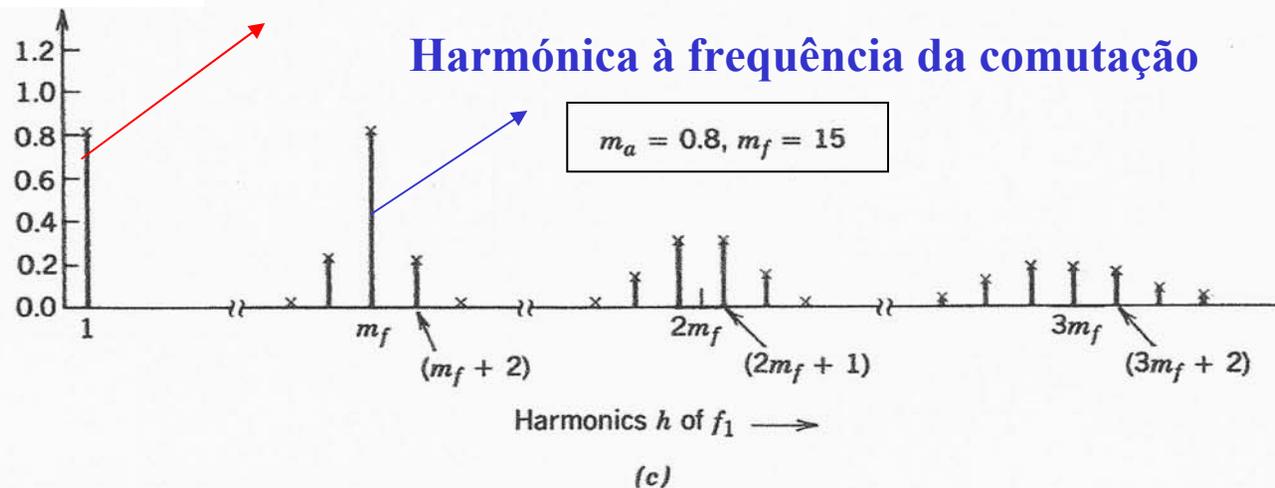
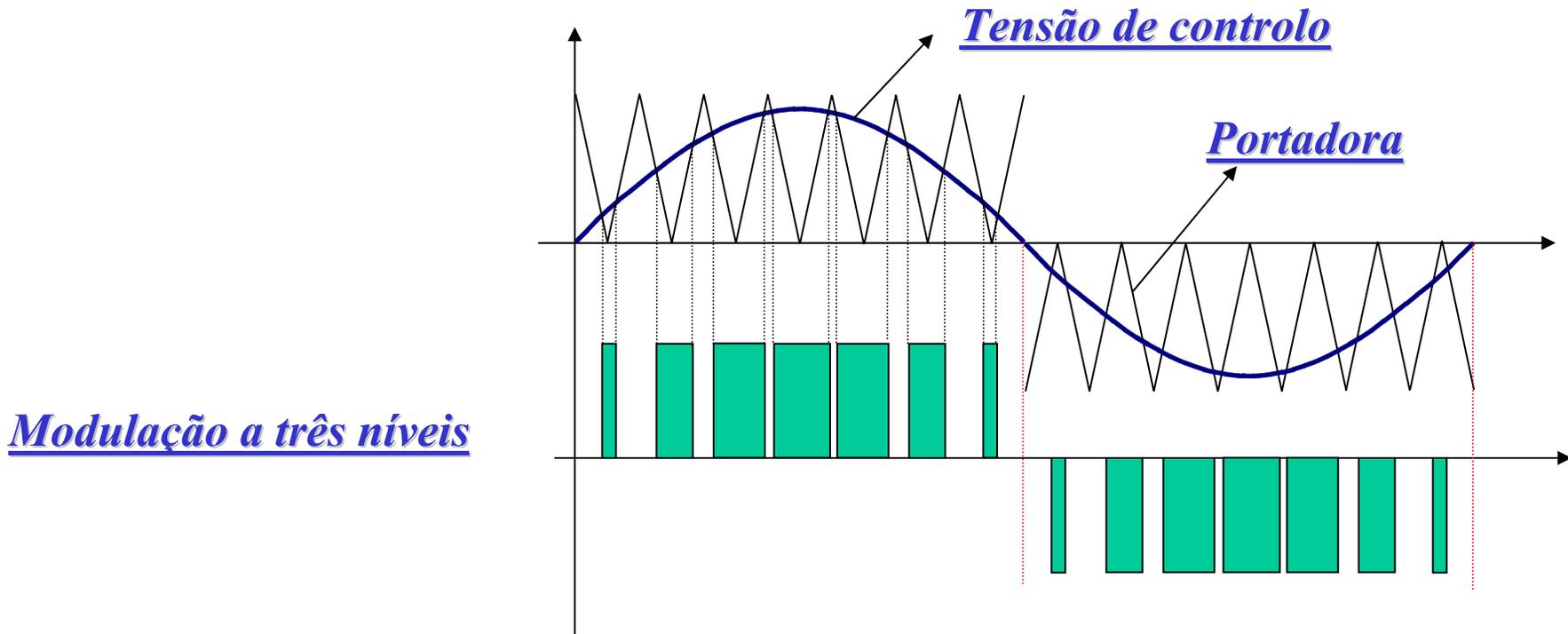


FIGURE 6-5: Pulse-width modulation (PWM).

$$V_{Ao} = m_a V_I$$

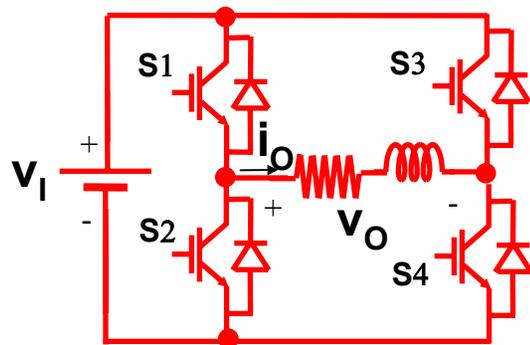
### MODULAÇÃO SINUSOIDAL DE LARGURA DE IMPULSO



Conteúdo harmónico é metade do conseguido para a modulação a 2 níveis para a mesma frequência de comutação.

### MODULAÇÃO SINUSOIDAL DE LARGURA DE IMPULSO

*Exemplo:*



$$V_I = 200\text{V}$$

$$V_{Oef} = 120\text{V (60 Hz)}$$

$$f_{tri} = 720\text{Hz}$$

1 - Que dispositivos devem ser usados?

2 - Determinar o valor apropriado da função de modulação  $M(t)$ ?

3 - Determinar a função de comando de S1 ( $q_{11}(t)$ )?

4 - Determinar o índice de modulação?

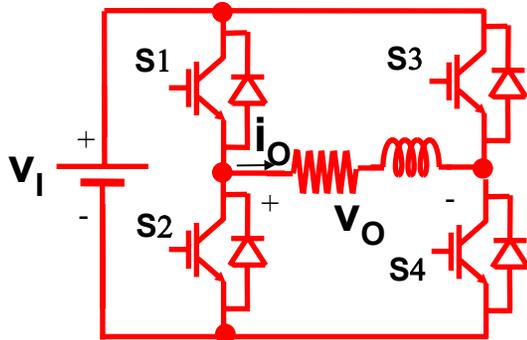
5 - Trace os diagramas da tensão e da corrente na carga considerando  $L/R = 2\text{ms}$ ?

1. Dispositivos bidireccionais em corrente, unidireccionais em tensão, IGBT's com diodo em antiparalelo

2.  $m(t) = 170 \sin 2\pi 60t$

### MODULAÇÃO SINUSOIDAL DE LARGURA DE IMPULSO

*Exemplo:*



$$V_I = 200V$$

$$V_{Oef} = 120V \text{ (60 Hz)}$$

$$f_{tri} = 720Hz$$

3 - Determinar a função de comando de S1 ( $q_{11}(t)$ )?

4 - Determinar o índice de modulação?

5 - Trace os diagramas da tensão e da corrente na carga considerando  $L/R = 2ms$ ?

#### 3. Construção da função de comando

Comparar uma onda triangular a 720Hz com a função de modulação para produzir a função de comando ( $q_{11}(t)$ ).

$$q_{11}(t) = q_{22}(t) \text{ e } q_{21}(t) = 1 - q_{11}(t)$$

#### 4. O índice de modulação é:

$$m = \frac{\sqrt{2}V_{Oef}}{V_I} = \frac{170}{200} = 0.85$$

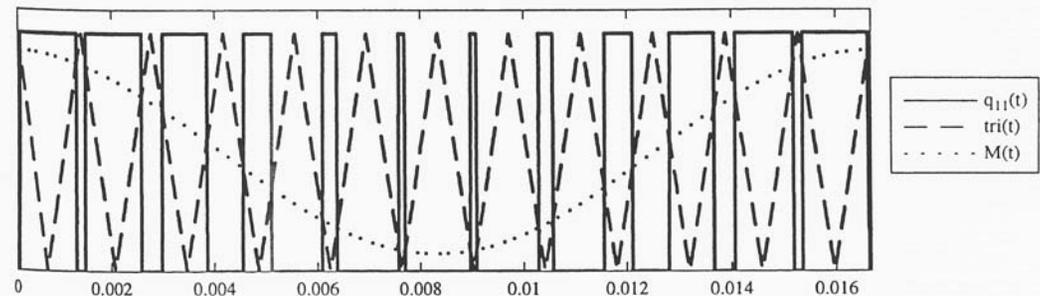
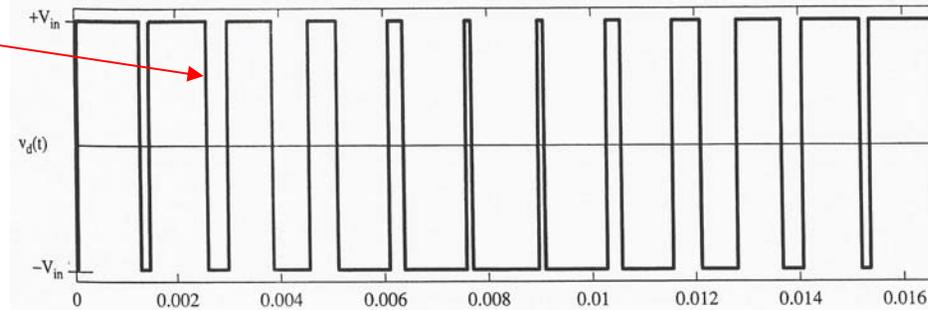


Figure 6.18 PWM waveforms for 60 Hz inverter with 720 Hz switching.

5. A tensão de saída será  $V_O = (2q_{11}(t)-1) \cdot V_I(t)$



A corrente na carga será

$$\frac{L}{R} = 2ms < T_s = \frac{1}{720}$$



A corrente na carga crescerá exponencialmente quando  $V_O = V_I$  e decrescerá exponencialmente quando  $V_O = -V_I$

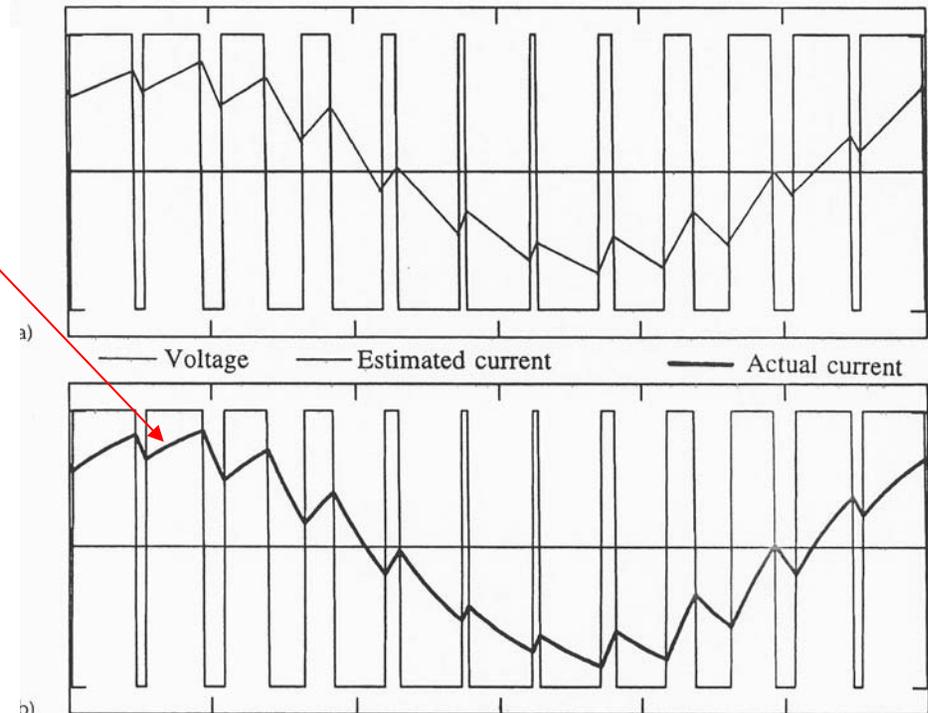


Figure 6.20 Simulation of PWM inverter output.

Tensão na carga para uma frequência da triangular de 6kHz e de 100Hz na função de modulação

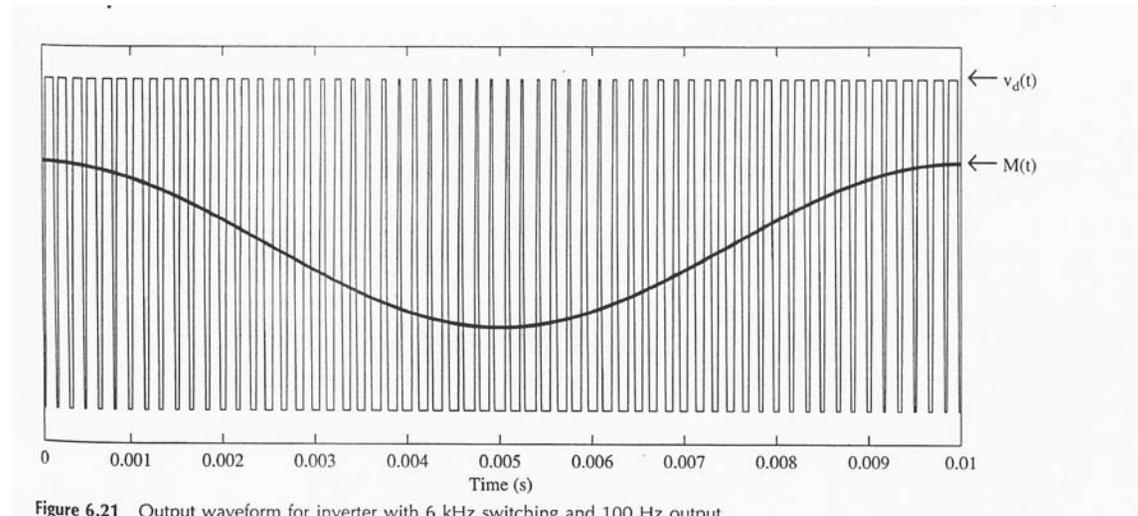


Figure 6.21 Output waveform for inverter with 6 kHz switching and 100 Hz output.

Espectro da tensão na carga para uma frequência da triangular de 6kHz e de 100Hz na função de modulação

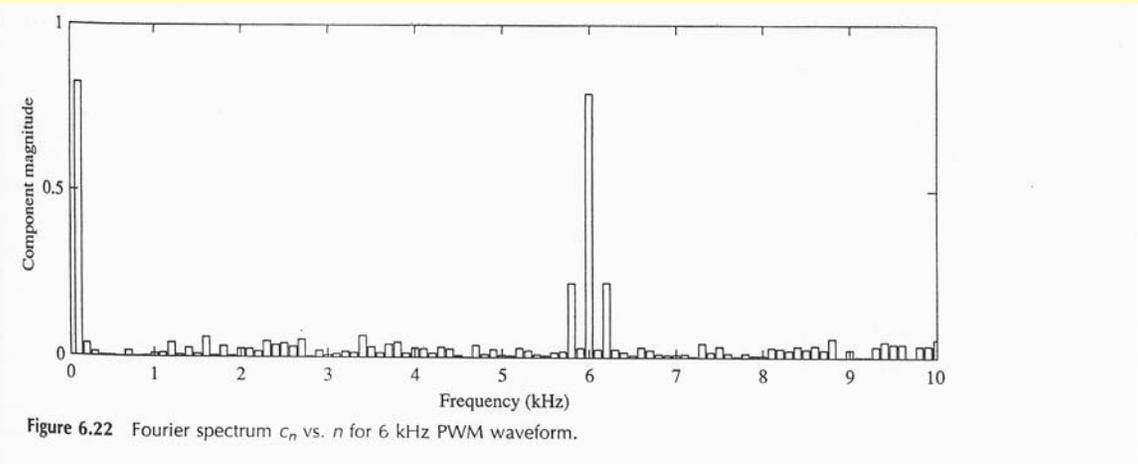
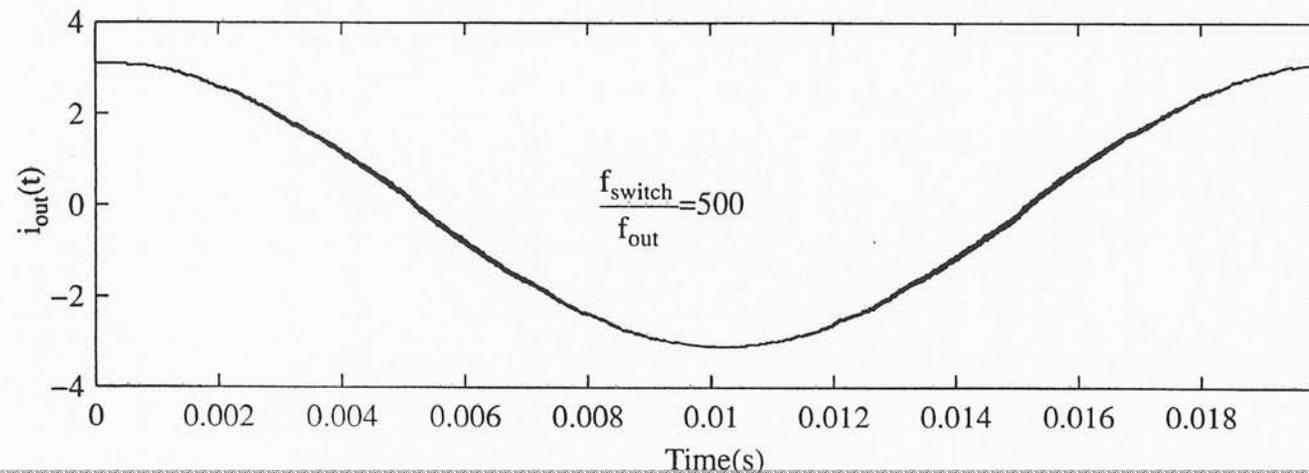
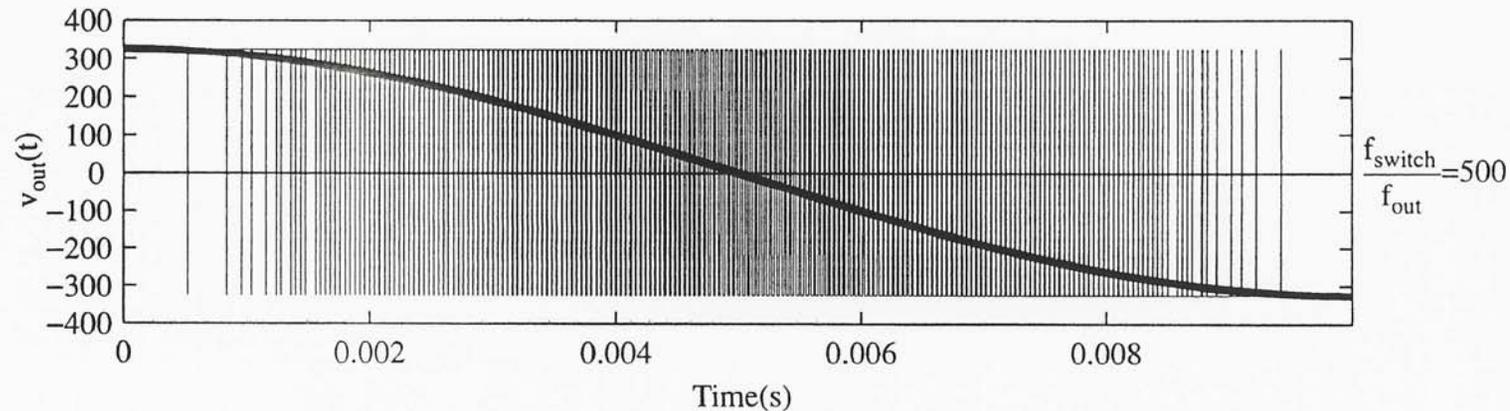


Figure 6.22 Fourier spectrum  $c_n$  vs.  $n$  for 6 kHz PWM waveform.

Tensão e corrente na carga para uma  $f$  triangular/ $f$  saída =500



Menor conteúdo harmónico, menores dimensões, menor rendimento

