

RECTIFICADORES CONTROLADOS

aplicações:

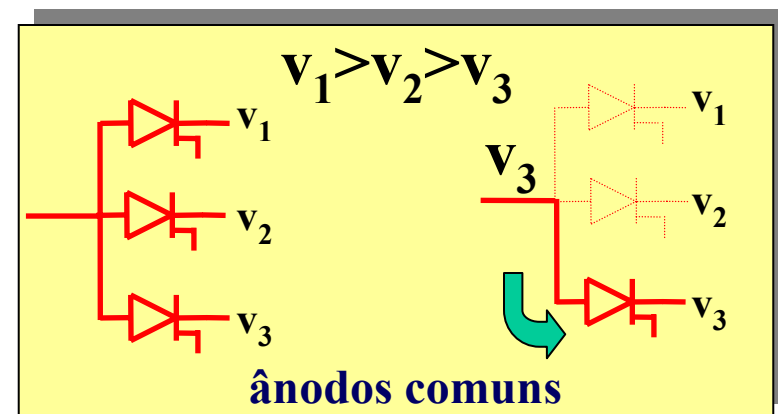
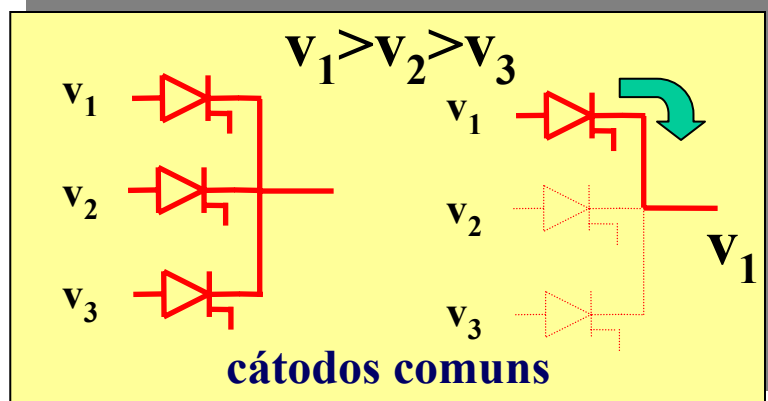
comando de motores de corrente contínua; carregadores de baterias; processos electroquímicos.

definição do ângulo de disparo:

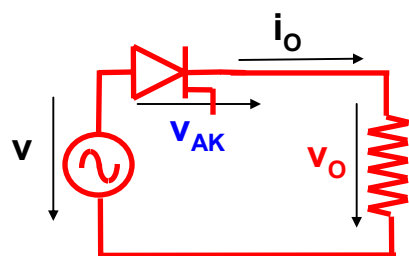
o ângulo de disparo a mede o instante em que o tiristor começa a conduzir, tomando como referência o ponto onde começaria a conduzir se fosse diodo e a carga resistiva pura.

regra básica:

diodos ou tiristores de **cátodos comuns**, conduz o que tiver **maior tensão de ânodo**;
diodos ou tiristores de **ânodos comuns**, conduz o que tiver **menor tensão de cátodo**.



RECTIFICADOR DE MEIA ONDA



T on

$$\begin{aligned} \alpha < \omega t < \pi \\ v_o &= \sqrt{2}V \sin(\omega t) \\ i_o &= \sqrt{2} \frac{V}{R} \sin(\omega t) \end{aligned}$$

T off

$$\begin{aligned} \pi < \omega t < 2\pi + \alpha \\ v_o &= 0 \\ i_o &= 0 \end{aligned}$$

Valores médios da tensão e da corrente de saída:

$$V_o = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \sqrt{2}V \sin(\omega t) d\omega t = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi} [-\cos \omega t]_{\alpha}^{\pi} = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi} (1 + \cos \alpha)$$

$$I_o = \frac{V_o}{R} = \frac{\sqrt{2}V(1 + \cos \alpha)}{2\pi R}$$

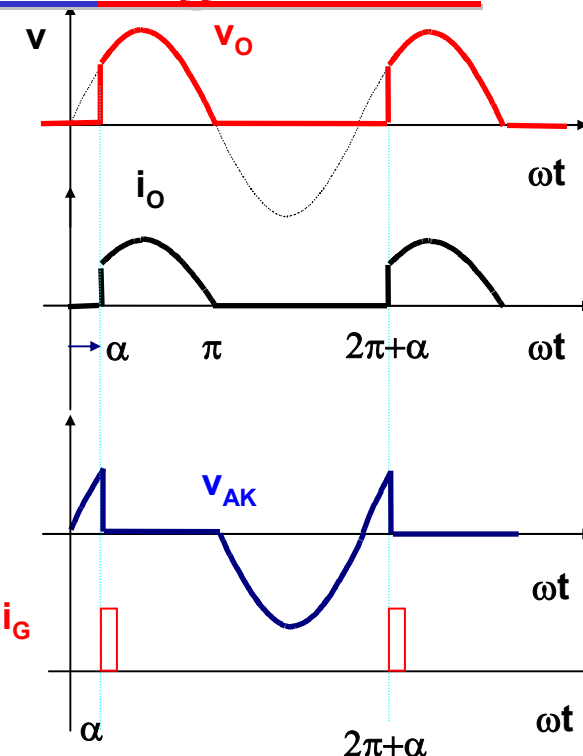
Valores eficazes da tensão e da corrente de saída:

$$V_{oef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} (\sqrt{2}V \sin(\omega t))^2 d\omega t} = \frac{\sqrt{2}V}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\int_{\alpha}^{\pi} (\sin(\omega t))^2 d\omega t} =$$

$$V_{oef} = \frac{V}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\int_{\alpha}^{\pi} \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} d\omega t} = \frac{V}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\left[\omega t - \frac{1}{2} \sin(2\omega t) \right]_{\alpha}^{\pi}}$$

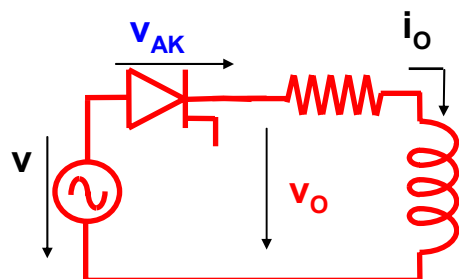
$$I_{oef} = \frac{V_{oef}}{R}$$

carga resistiva



RECTIFICADOR DE MEIA ONDA

carga indutiva



T on

$$\alpha < \omega t < \beta$$

$$v_o = \sqrt{2}V \sin(\omega t)$$

T off

$$\beta < \omega t < 2\pi + \alpha$$

$$v_o = 0$$

$$i_o = 0$$

$$v_o = \sqrt{2}V \sin(\omega t) = Ri_o + L \frac{di_o}{dt}$$

solução do regime livre:

$$i_{Olivre} = Ae^{-\frac{R}{L}\left(t - \frac{\alpha}{\omega}\right)}$$

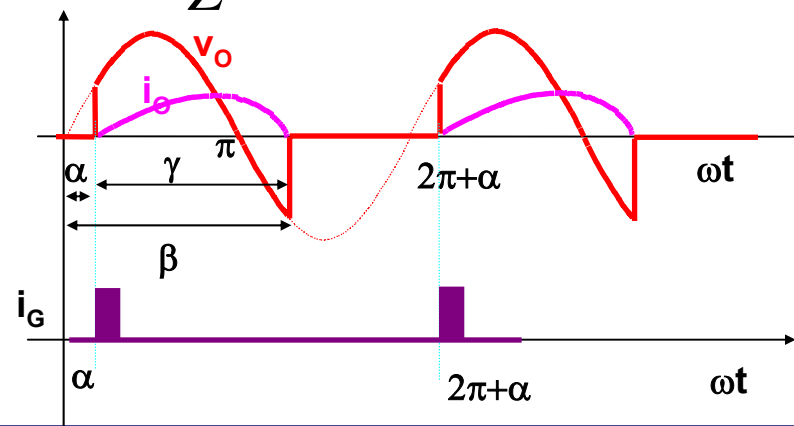
solução do regime forçado:

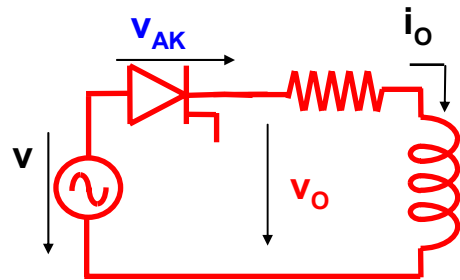
$$i_{Oforçado} = \sqrt{2} \frac{V}{Z} \sin(\omega t - \phi)$$

solução geral:

$$i_{Olivre} + i_{Oforçado}$$

$$i_o = Ae^{-\frac{R}{L}\left(t - \frac{\alpha}{\omega}\right)} + \sqrt{2} \frac{V}{Z} \sin(\omega t - \phi)$$





solução geral:

$$i_o = Ae^{-\frac{R}{L}\left(t-\frac{\alpha}{\omega}\right)} + \sqrt{2} \frac{V}{Z} \sin(\omega t - \phi)$$

Cálculo da constante de integração A:

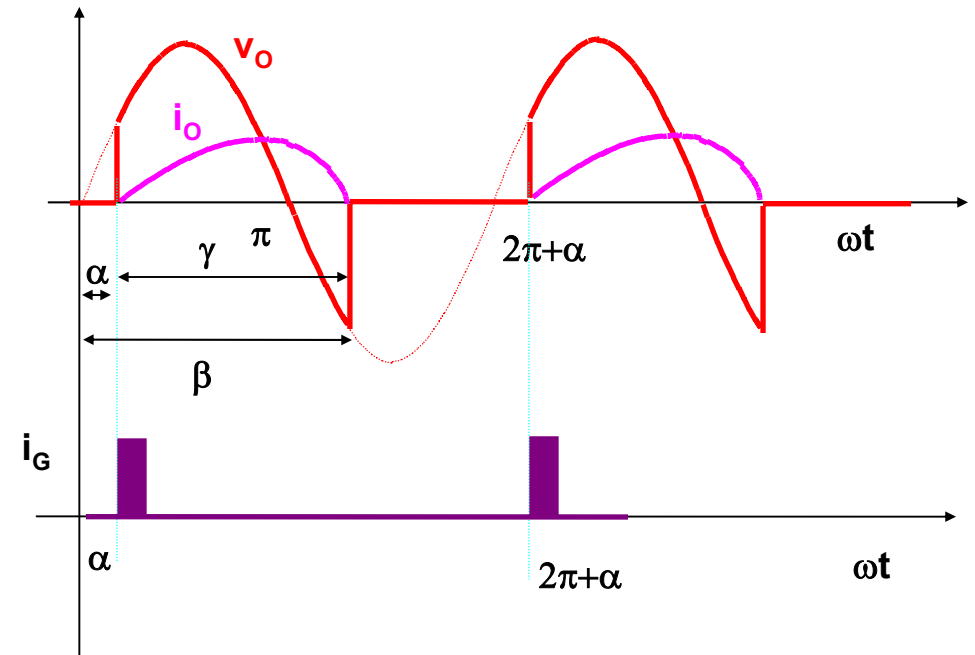
Condição inicial:
 $i_o(\alpha/\omega) = 0$

$$\Rightarrow i_o\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) = Ae^0 + \sqrt{2} \frac{V}{Z} \sin(\alpha - \phi) = 0$$

$$A = \sqrt{2} \frac{V}{Z} \sin(\phi - \alpha)$$

solução geral:

$$i_o = \sqrt{2} \frac{V}{Z} \left[\sin(\phi - \alpha) e^{-\frac{R}{L}\left(t-\frac{\alpha}{\omega}\right)} + \sin(\omega t - \phi) \right]$$



$$i_o = \sqrt{2} \frac{V}{Z} \left[\sin(\phi - \alpha) e^{-\frac{R}{L} \left(t - \frac{\alpha}{\omega} \right)} + \sin(\omega t - \phi) \right]$$

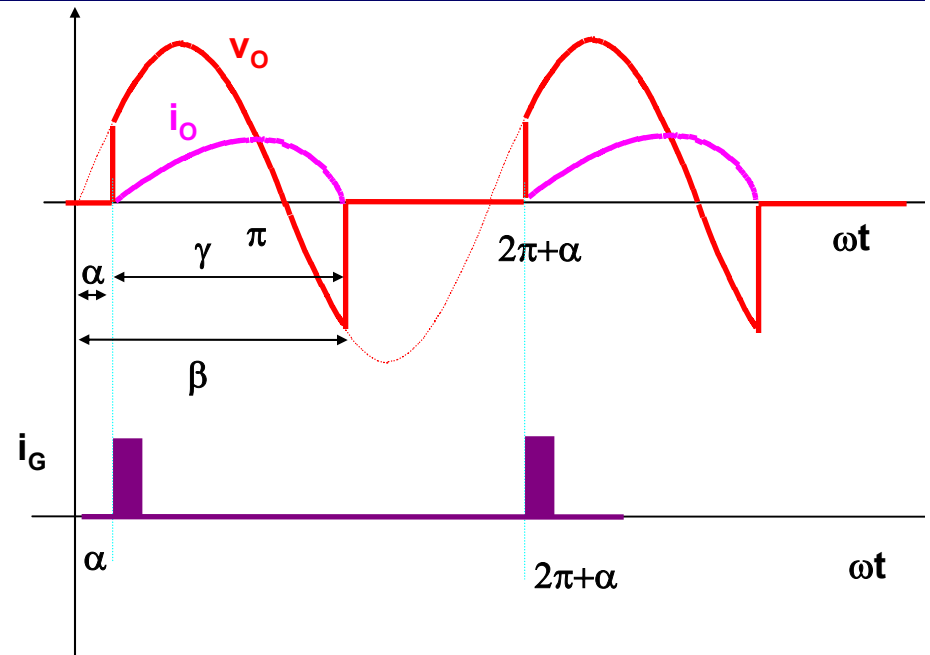
o ponto de anulamento da corrente dá-se para $\omega t > \pi$:

$$i_o(\beta) = 0 \quad \text{para } \omega t = \beta \quad \beta = \alpha + \gamma$$

o ângulo de condução γ depende de α e de ϕ



$$0 = \left[\sin(\phi - \alpha) e^{-\frac{R}{L} \left(\frac{\gamma}{\omega} \right)} + \sin(\alpha + \gamma - \phi) \right]$$



Relação entre α , γ e ϕ

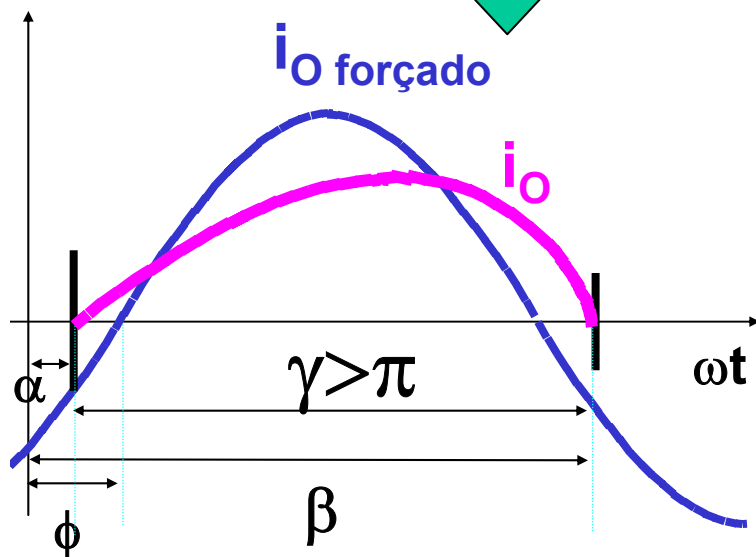
Se $\alpha < \phi \Leftrightarrow \gamma > \pi$

Se $\alpha = \phi \Leftrightarrow \gamma = \pi$

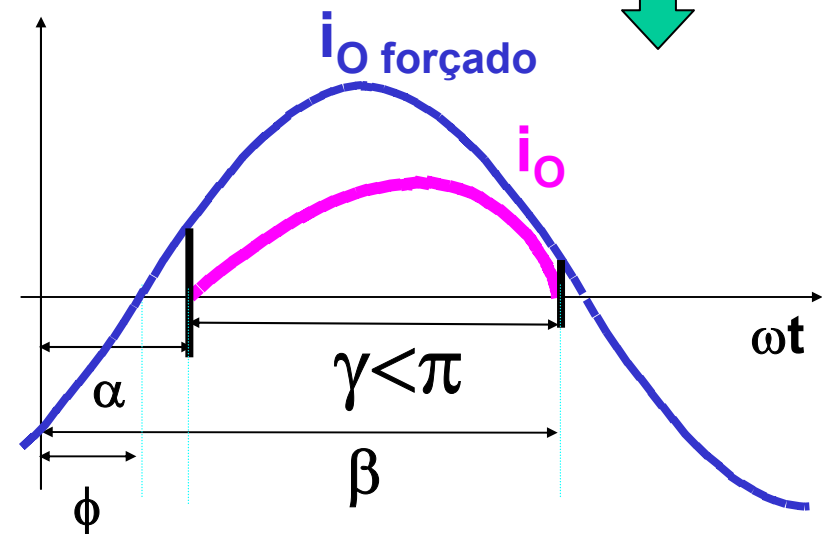
Se $\alpha > \phi \Leftrightarrow \gamma < \pi$

Relação entre α , γ e ϕ

$$\alpha < \phi \Leftrightarrow \gamma > \pi$$

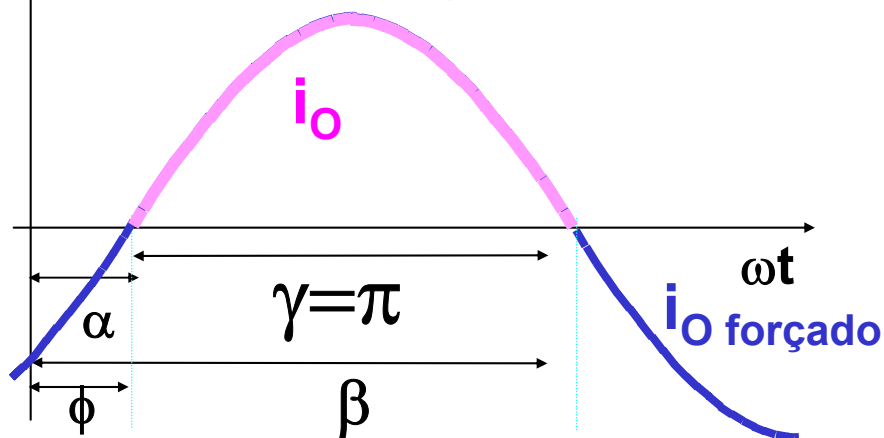


$$\alpha > \phi \Leftrightarrow \gamma < \pi$$



$$\alpha = \phi \Leftrightarrow \gamma = \pi$$

não há regime livre

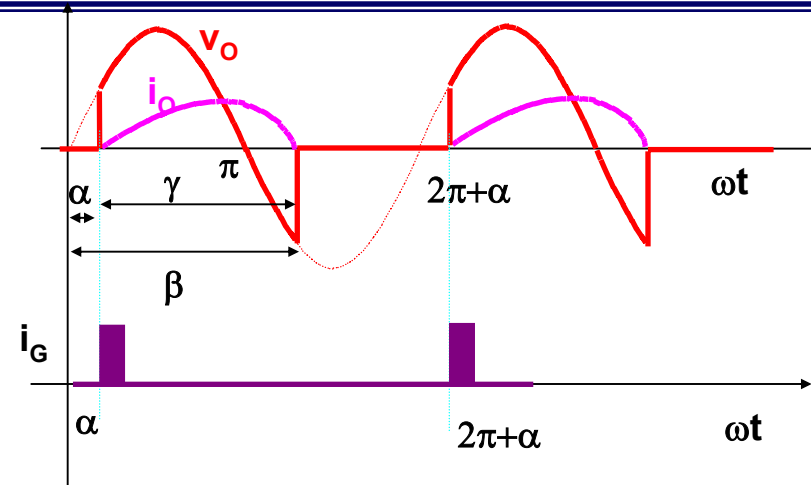


Tensão e Corrente na carga

$$v_o = \sqrt{2}V \sin(\omega t)$$

$$\alpha < \omega t < \beta$$

$$i_o = \sqrt{2} \frac{V}{Z} \left(\sin \phi e^{-\frac{R}{L}t} + \sin(\omega t - \phi) \right)$$



Valor médio da tensão de saída: $\Rightarrow V_o = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{2}V \sin(\omega t) d\omega t = \frac{\sqrt{2}V}{\pi} [-\cos \omega t]_{\alpha}^{\beta} = \frac{\sqrt{2}V}{\pi} (\cos \alpha - \cos \beta)$

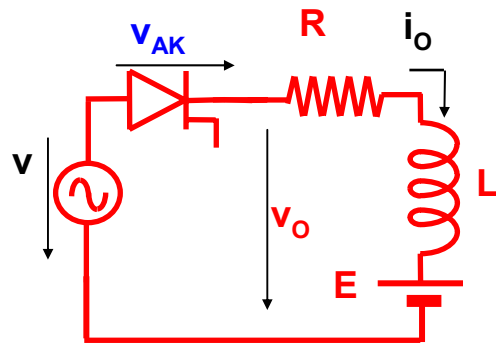
Valor médio da corrente de saída: $\Rightarrow I_o = \frac{V_o}{R} = \frac{\sqrt{2}V}{R\pi} (\cos \alpha - \cos \beta)$

Valor eficaz da tensão de saída: $\Rightarrow V_{oef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} (\sqrt{2}V \sin(\omega t))^2 d\omega t}$

Valor eficaz da corrente de saída: $\Rightarrow I_{oef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} (i_o(\omega t))^2 d\omega t}$

~~$I_{oef} = \frac{V_{oef}}{R}$~~

RECTIFICADOR DE MEIA ONDA *carga indutiva e FEM*



$$\sin^{-1} \frac{E}{\sqrt{2}V} \leq \alpha < \omega t < \beta$$

$$v_o = \sqrt{2}V \sin(\omega t) = Ri_o + L \frac{di_o}{dt} + E$$

solução geral:



$i_{Olivre} + i_{Oforçado}$



$$i_o = Ae^{-\frac{R}{L}\left(t-\frac{\alpha}{\omega}\right)} + \sqrt{2} \frac{V}{Z} \sin(\omega t - \phi) - \frac{E}{R}$$

$$i_{Olivre} = Ae^{-\frac{R}{L}\left(t-\frac{\alpha}{\omega}\right)} \quad i_{Oforçado} = \sqrt{2} \frac{V}{Z} \sin(\omega t - \phi) - \frac{E}{R}$$

Cálculo da constante de integração A:

Condição inicial:

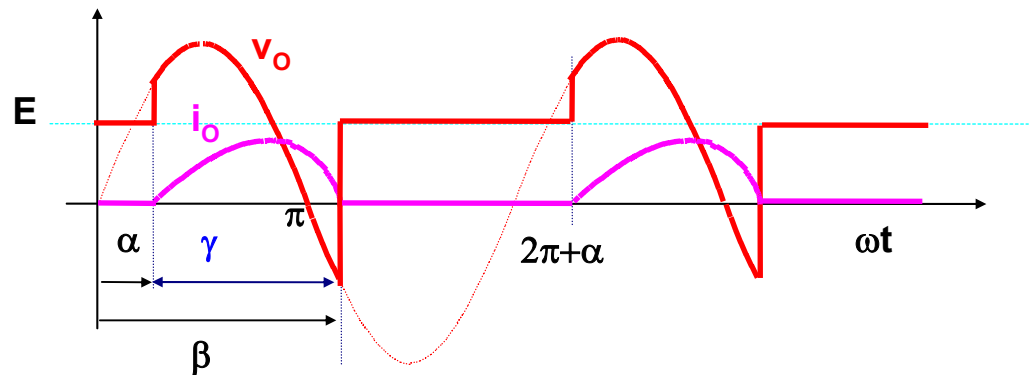


$$i_o(\alpha/\omega) = 0$$

$$i_o\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) = Ae^0 + \sqrt{2} \frac{V}{Z} \sin(\alpha - \phi) - \frac{E}{R} = 0$$



$$A = -\sqrt{2} \frac{V}{Z} \sin(\alpha - \phi) + \frac{E}{R}$$



ELECTRÓNICA DE POTÊNCIA

RECTIFICADORES CONTROLADOS

Ângulo de condução γ em função de m , ϕ e α

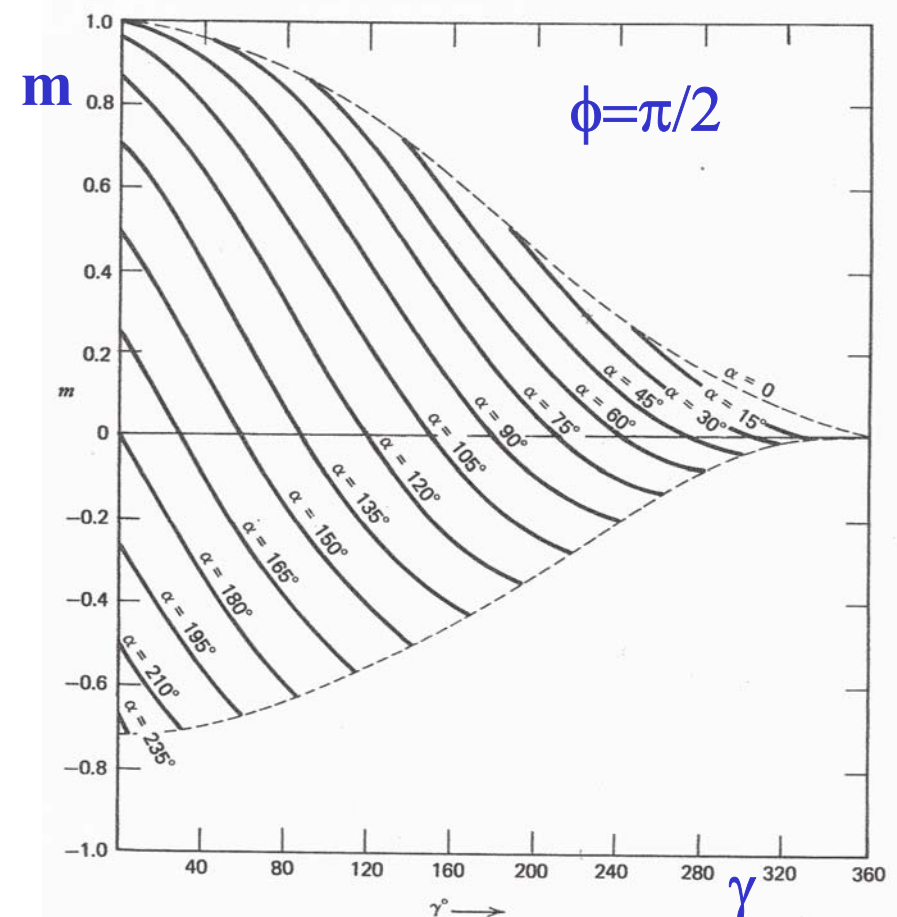
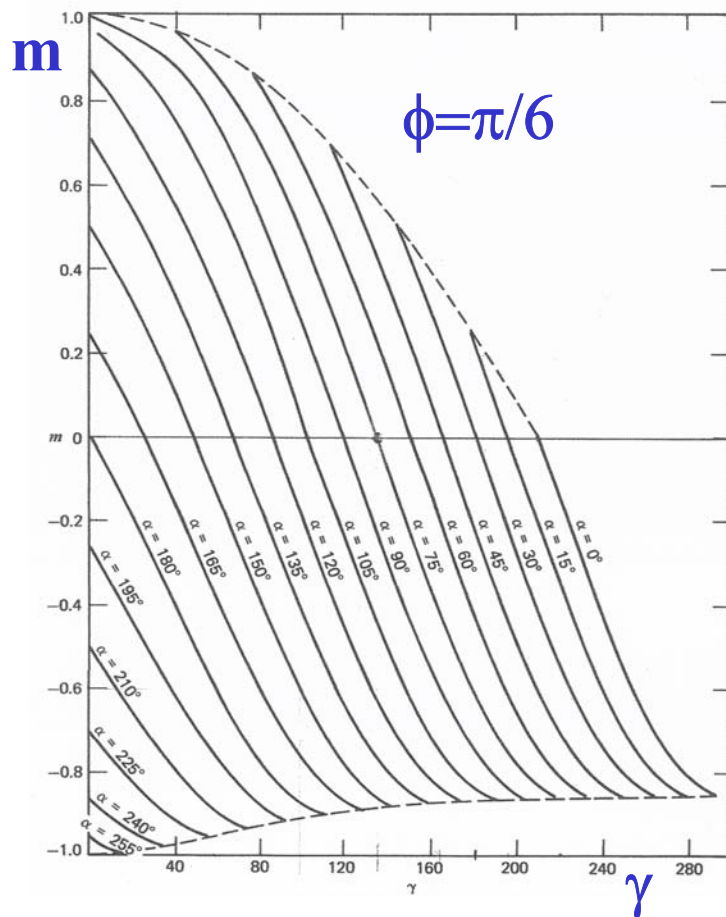
ponto de
anulamento
da corrente:

$$i_o(\beta) = 0 = \sin(\beta - \phi) - \left(\frac{m}{\cos \phi} - B e^{\frac{\alpha - \omega t}{\tan \phi}} \right)$$

$$R = Z \cos \phi$$

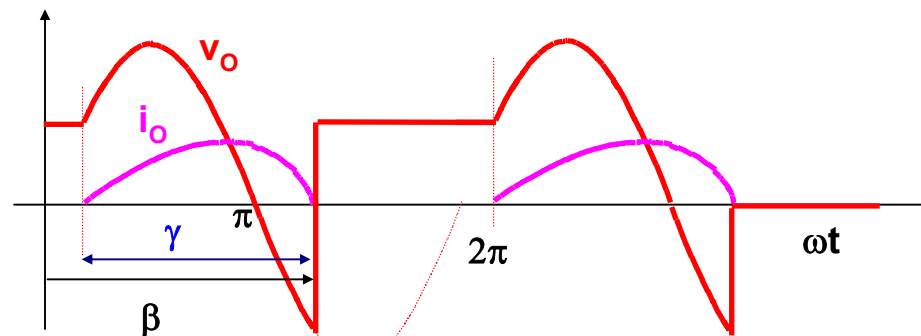
$$m = E / \sqrt{2} V$$

$$B = \frac{m}{\cos \phi} - \sin(\alpha - \phi)$$



Conclusões:

1. Só se pode disparar com $\alpha > 180^\circ$ para $m < 0$
2. Para cada α o ângulo de condução diminui quando m aumenta
3. o ângulo de condução aumenta com ϕ para os mesmos α e m



Valores médios da tensão da corrente de saída:

$$V_O = \frac{1}{2\pi} \left(\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{2}V \sin(\omega t) d\omega t + \int_{\beta}^{2\pi+\alpha} E d\omega t \right)$$

$$I_O = \frac{V_O - E}{R}$$

Valores eficazes da tensão da corrente de saída:

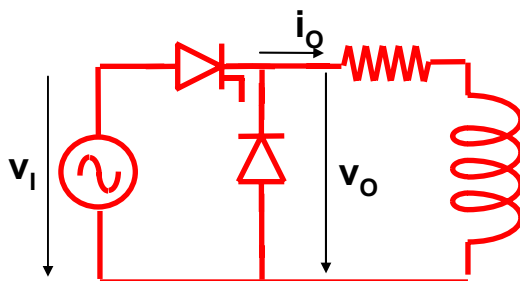
$$V_{Oef} = \left[\frac{1}{2\pi} \left(\int_{\alpha}^{\beta} (\sqrt{2}V \sin(\omega t))^2 d\omega t + \int_{\beta}^{2\pi+\alpha} E^2 d\omega t \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$I_{Oef} = \left[\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} (i_O(\omega t))^2 d\omega t \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$i_O = A e^{-\frac{R}{L}t} + \sqrt{2} \frac{V}{Z} \sin(\omega t - \phi) - \frac{E}{R}$$

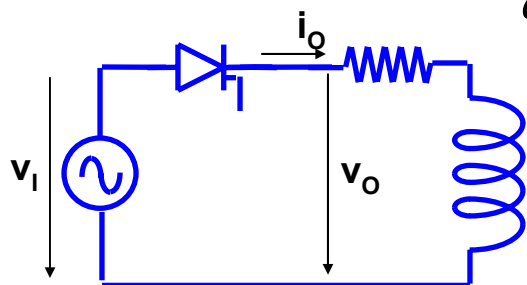
RECTIFICADOR DE MEIA ONDA:

Diodo de Roda Livre carga RL



Modo1 T - ON D - OFF

$$\alpha < \omega t < \pi$$



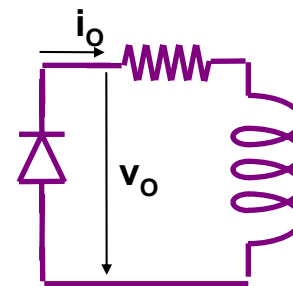
$$v_O = \sqrt{2}V \sin(\omega t) = L \frac{di_{O1}}{dt} + Ri_{O1}$$

solução :

$$i_{O1} = Ae^{-\frac{R}{L}t} + \sqrt{2} \frac{V}{Z} \sin(\omega t - \phi)$$

Modo2 T - OFF D - ON

$$\pi < \omega t < 2\pi + \alpha$$



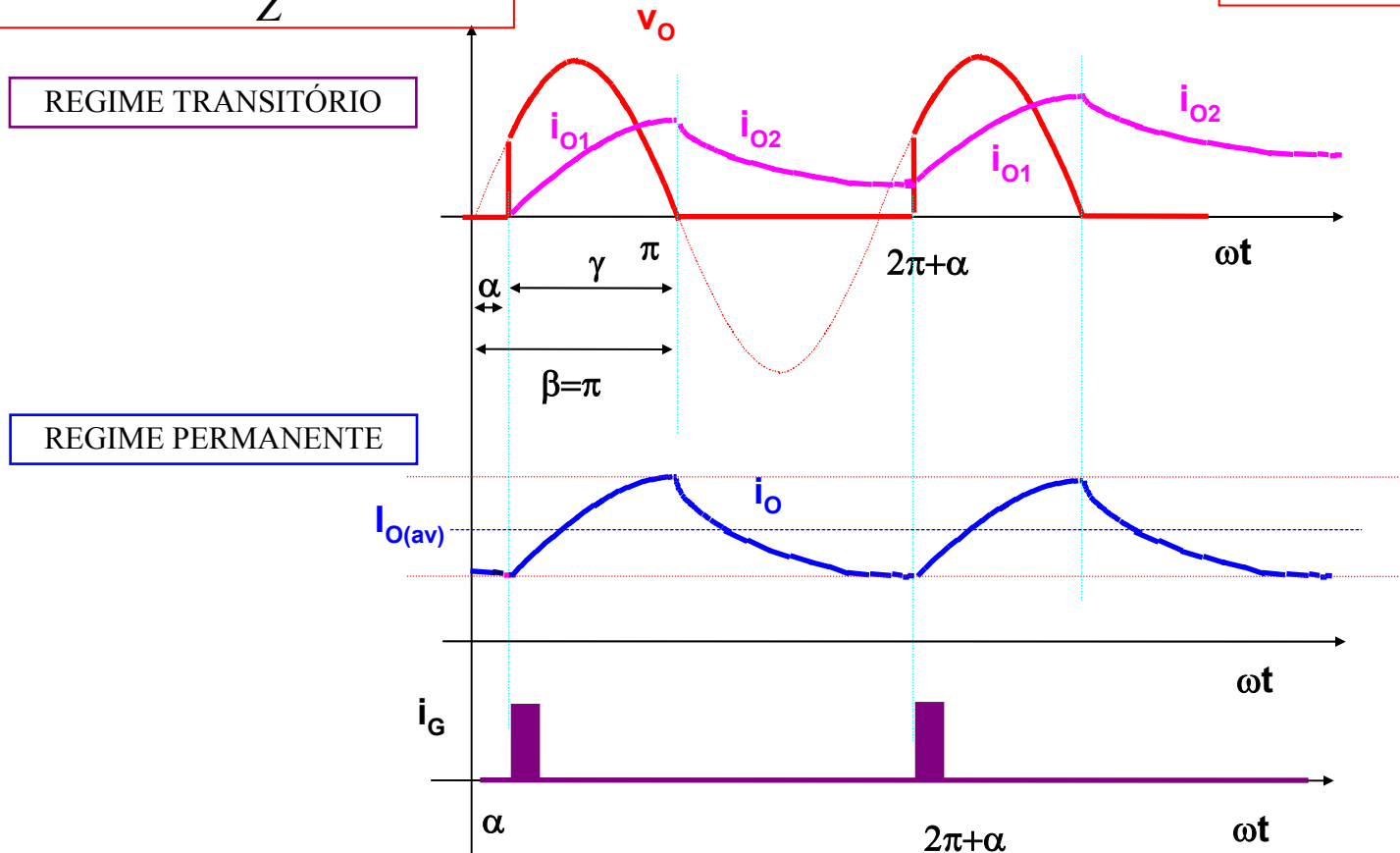
$$v_O = 0 = L \frac{di_{O2}}{dt} + Ri_{O2}$$

solução :

$$i_{O2} = Be^{-\frac{R}{L}(t - \frac{\pi}{\omega})}$$

$$i_{O1} = Ae^{-\frac{R}{L}t} + \sqrt{2} \frac{V}{Z} \sin(\omega t - \phi)$$

$$i_{O2} = Be^{-\frac{R}{L}(t-\frac{\pi}{\omega})}$$



Condições de regime permanente:

$$i_{O1}(\alpha/\omega) = i_{O2}(2\pi + \alpha/\omega)$$

$$i_{O1}(\pi) = i_{O2}(\pi)$$

Substituir nas expressões da corrente para determinar as constantes de regime permanente A e B

Valor médio da tensão

$$V_O = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \sqrt{2}V \sin(\omega t) d\omega t = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi} [-\cos \omega t]_{\alpha}^{\pi} = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi} (1 + \cos \alpha)$$

Valor médio da corrente

$$I_O = \frac{V_O}{R}$$

Valor eficaz da tensão

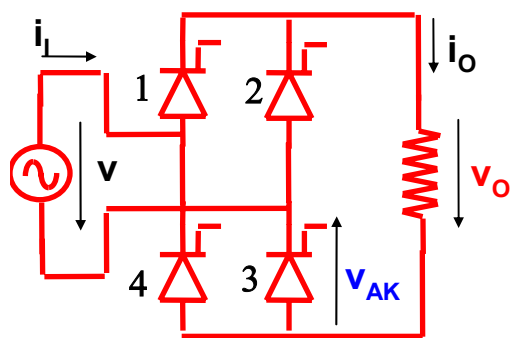
$$V_{Oef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} (\sqrt{2}V \sin(\omega t))^2 d\omega t} = \frac{V}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\left[\omega t - \frac{1}{2} \sin(2\omega t) \right]_{\alpha}^{\pi}}$$

Valor eficaz da corrente

$$I_{Oef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \left(A e^{-\frac{R}{L}t} + \sqrt{2} \frac{V}{Z} \sin(\omega t - \phi) \right)^2 d\omega t + \frac{1}{2\pi} \int_{\pi}^{2\pi+\alpha} \left(B e^{-\frac{R}{L}(t-\frac{\pi}{\omega})} \right)^2 d\omega t}$$

Se $\omega L \gg R$ $i_O = \text{constante}$ $I_{Oef} = I_O \text{ (av)}$

RECTIFICADOR DE ONDA COMPLETA:



T1 e T3 on

$$\alpha < \omega t < \pi$$

$$v_o = \sqrt{2}V \sin(\omega t)$$

$$i_o = \frac{\sqrt{2}V}{R} \sin(\omega t)$$

T2 e T4 on

$$\pi + \alpha < \omega t < 2\pi$$

$$v_o = -\sqrt{2}V \sin(\omega t)$$

$$i_o = -\frac{\sqrt{2}V}{R} \sin(\omega t)$$

Valores médios da tensão e da corrente de saída:

$$V_o = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \sqrt{2}V \sin(\omega t) d\omega t = \frac{\sqrt{2}V}{\pi} (1 + \cos \alpha)$$

$$I_o = \frac{V_o}{R}$$

$$I_{FAV} = \frac{V_o}{2R}$$

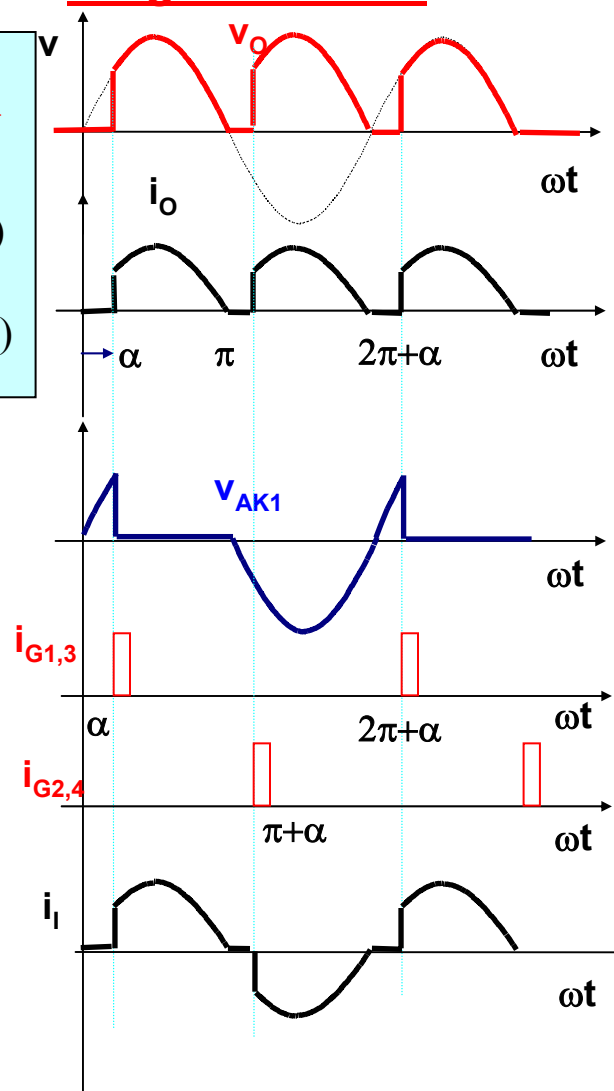
Valores eficazes da tensão e da corrente de saída:

$$V_{Oef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} (\sqrt{2}V \sin(\omega t))^2 d\omega t}$$

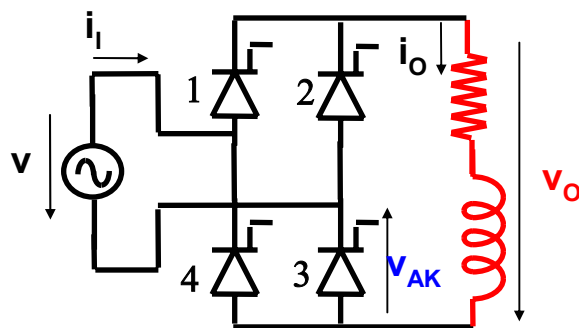
$$I_{Oef} = \frac{V_{Oef}}{R}$$

$$I_{FRMS} = \frac{I_{Oef}}{\sqrt{2}}$$

Carga Resistiva



RECTIFICADOR DE ONDA COMPLETA:



T1 e T3 on

$$\alpha < \omega t < \pi + \alpha$$

$$v_o = \sqrt{2}V \sin(\omega t)$$

T2 e T4 on

$$\pi + \alpha < \omega t < 2\pi + \alpha$$

$$v_o = -\sqrt{2}V \sin(\omega t)$$

$$v_o = \sqrt{2}V \sin(\omega t) = Ri_o + L \frac{di_o}{dt}$$

$$i_o = Ae^{-\frac{R}{L}\left(t - \frac{\alpha}{\omega}\right)} + \sqrt{2} \frac{V}{Z} \sin(\omega t - \phi)$$

Cálculo da constante de integração de regime permanente A:

LACUNAR

$$\alpha > \phi \quad \gamma < \pi$$

$$i_o\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) = 0$$

$$A = -\sqrt{2} \frac{V}{Z} \sin(\alpha - \phi)$$

NÃO LACUNAR

$$\alpha < \phi \quad \gamma > \pi$$

Cálculo da constante de integração de regime permanente A:

$$i_o\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) = i_o\left(\frac{\pi + \alpha}{\omega}\right)$$

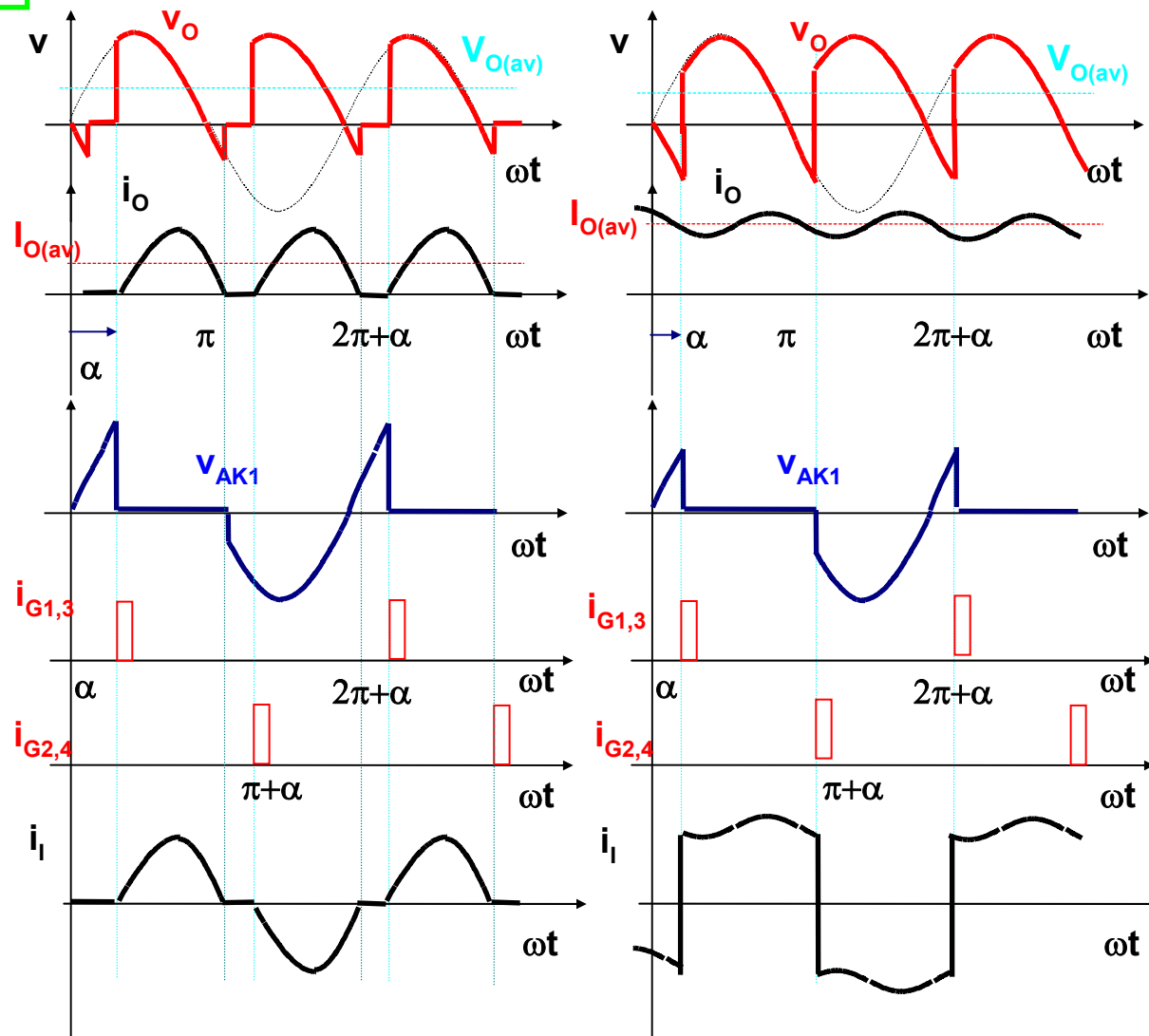
$$i_o\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) = Ae^{-\frac{R}{L}0} + \sqrt{2} \frac{V}{Z} \sin\left(\frac{\alpha}{\omega} - \phi\right) = Ae^{-\frac{R}{L}\frac{\pi + \alpha}{\omega}} + \sqrt{2} \frac{V}{Z} \sin\left(\frac{\pi + \alpha}{\omega} - \phi\right) = i_o(\pi + \alpha)$$

LACUNAR

$$\alpha > \phi \quad \gamma < \pi$$

NÃO LACUNAR

$$\alpha < \phi \quad \gamma > \pi$$



Valores médios da tensão e da corrente de saída:

LACUNAR

$$\alpha > \phi \quad \gamma < \pi$$

$$V_O = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\gamma} \sqrt{2}V \sin(\omega t) d\omega t$$

$$I_O = \frac{V_O}{R}$$

$$I_{TAV} = \frac{I_O}{2}$$

NÃO LACUNAR

$$\alpha < \phi \quad \gamma > \pi$$

$$V_O = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} \sqrt{2}V \sin(\omega t) d\omega t = \frac{\sqrt{2}V}{\pi} [-\cos \omega t]_{\alpha}^{\pi+\alpha} = \frac{2\sqrt{2}V}{\pi} \cos \alpha$$

$$I_O = \frac{V_O}{R}$$

$$I_{TAV} = \frac{I_O}{2}$$

Cálculo do valor eficaz da corrente de saída:

$$i_O = A e^{-\frac{R}{L}\left(t - \frac{\alpha}{\omega}\right)} + \sqrt{2} \frac{V}{Z} \sin(\omega t - \phi)$$

$$I_{Oef} = \left[\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} (i_O(\omega t))^2 d\omega t \right]^{\frac{1}{2}}$$

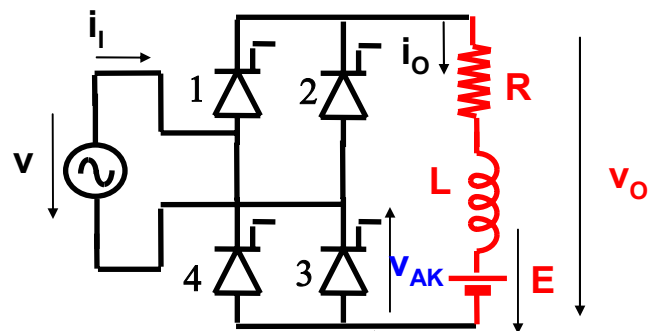
$$I_{FRMS} = \frac{I_{Oef}}{\sqrt{2}}$$

Se $\omega L \gg R$ a corrente de saída é aproximadamente constante

$$Se \omega L \gg R \Leftrightarrow I_{Oef} \cong I_O$$

RECTIFICADOR DE ONDA COMPLETA:

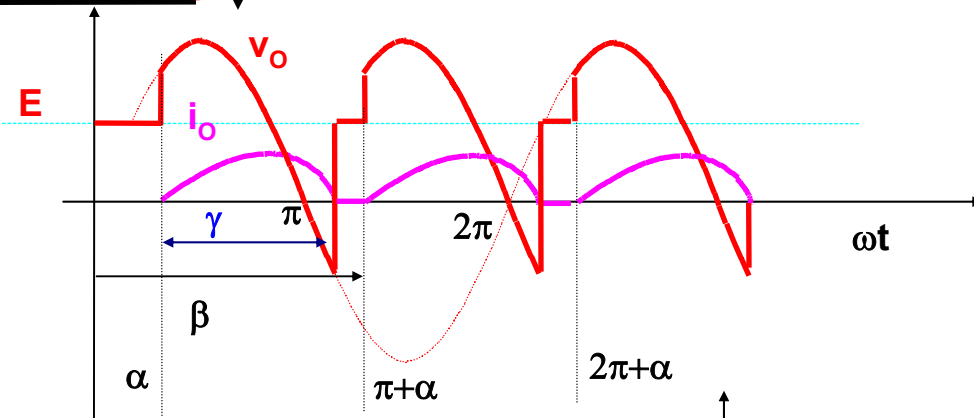
Carga R, L, E



$$i_o = Ae^{-\frac{R}{L}t} + \sqrt{2} \frac{V}{Z} \sin(\omega t - \phi) - \frac{E}{R}$$

$$\gamma = f(\alpha, E, \phi)$$

lacunar



não lacunar

com $\omega L \gg R$

$i_o \cong \text{constante}$

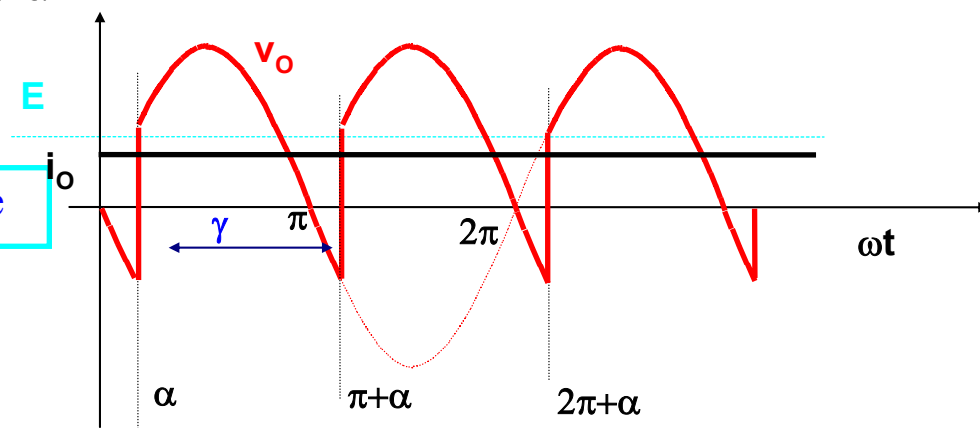
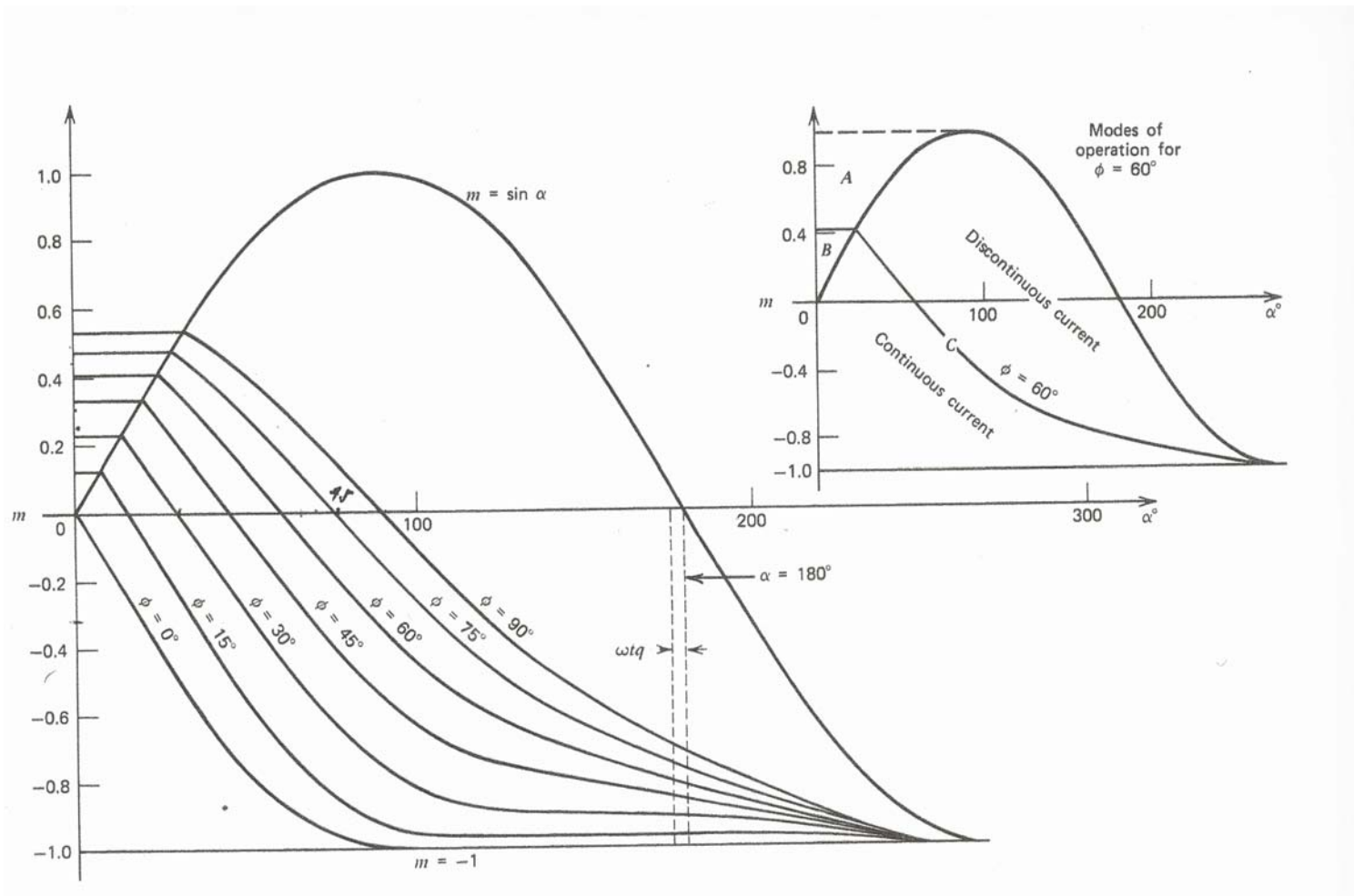
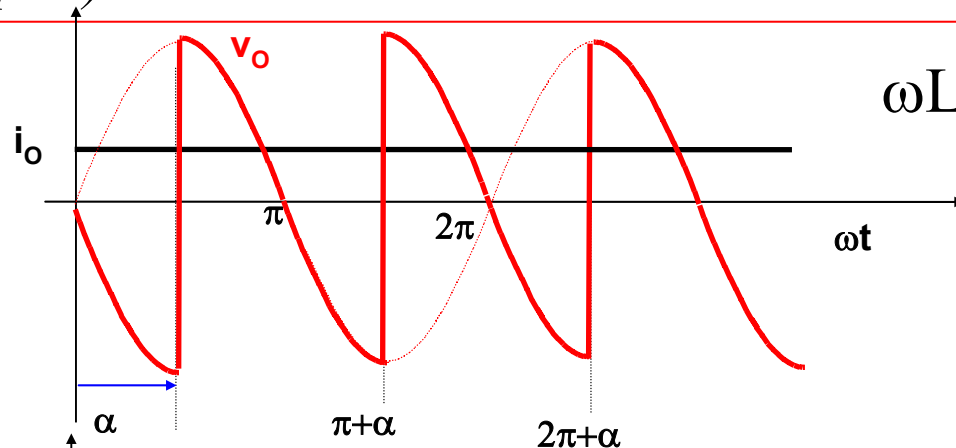


Diagrama de operação do rectificador monofásico com carga R,L,E



Funcionamento com $\alpha > \pi/2$ e funcionamento *não lacunar* só é possível com $E < 0$. (Porquê?)

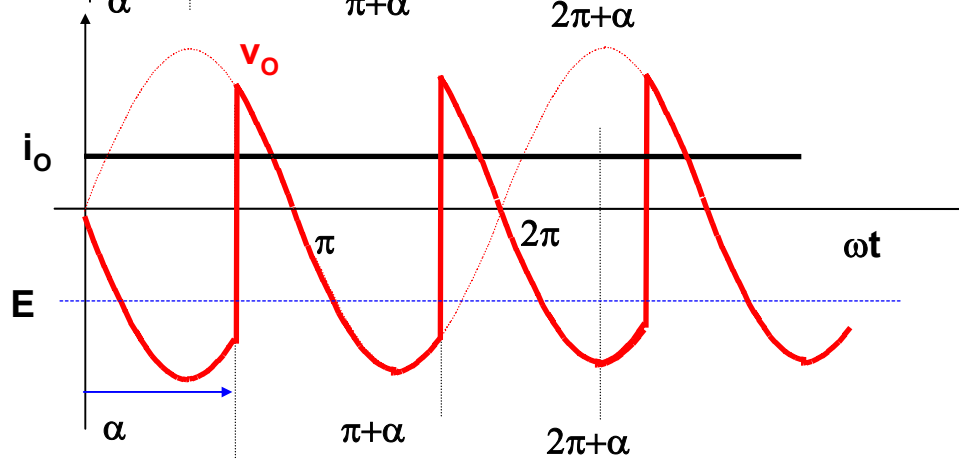
$\alpha = \pi/2$



$\omega L \gg R$

$i_o \cong \text{constante}$

$\alpha > \pi/2$



$$V_{Oav} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} V \cos \alpha$$

$$\alpha > \pi/2 \quad V_o < 0$$

$$\alpha = \pi/2 \quad V_o = 0$$

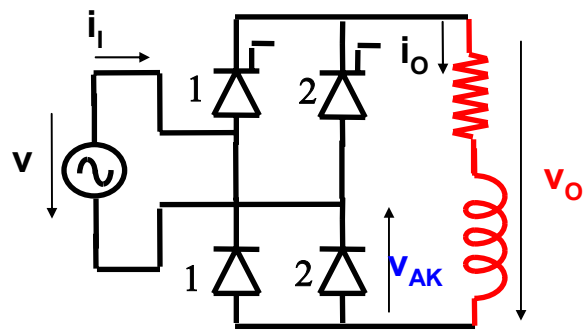
$$\alpha < \pi/2 \quad V_o > 0$$

$$I_o = \frac{V_o - E}{R}$$

$$I_o > 0 \quad \text{e} \quad V_o < 0 \quad P_o < 0$$

A carga fornece energia à fonte de alimentação É necessário que E seja negativo

RECTIFICADOR DE ONDA COMPLETA SEMICOMANDADO: Carga indutiva



$$\alpha < \omega t < \pi$$

$$v_o = \sqrt{2}V \sin(\omega t)$$

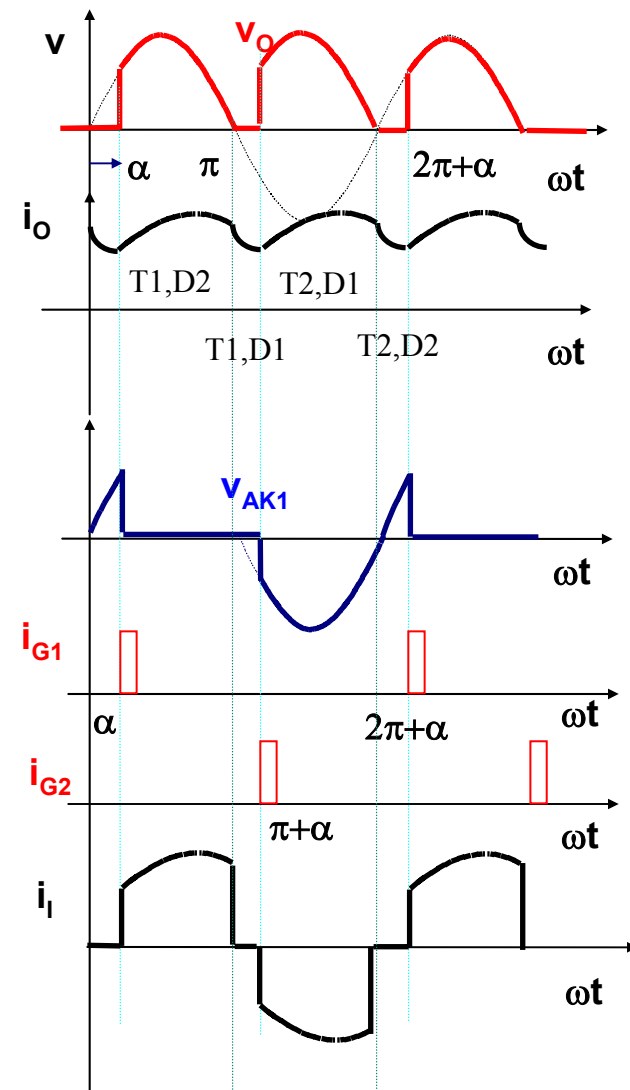
$$i_o = A e^{-\frac{R}{L}t} + \sqrt{2} \frac{V}{Z} \sin(\omega t - \phi)$$

$$\pi < \omega t < \pi + \alpha$$

$$v_o = 0$$

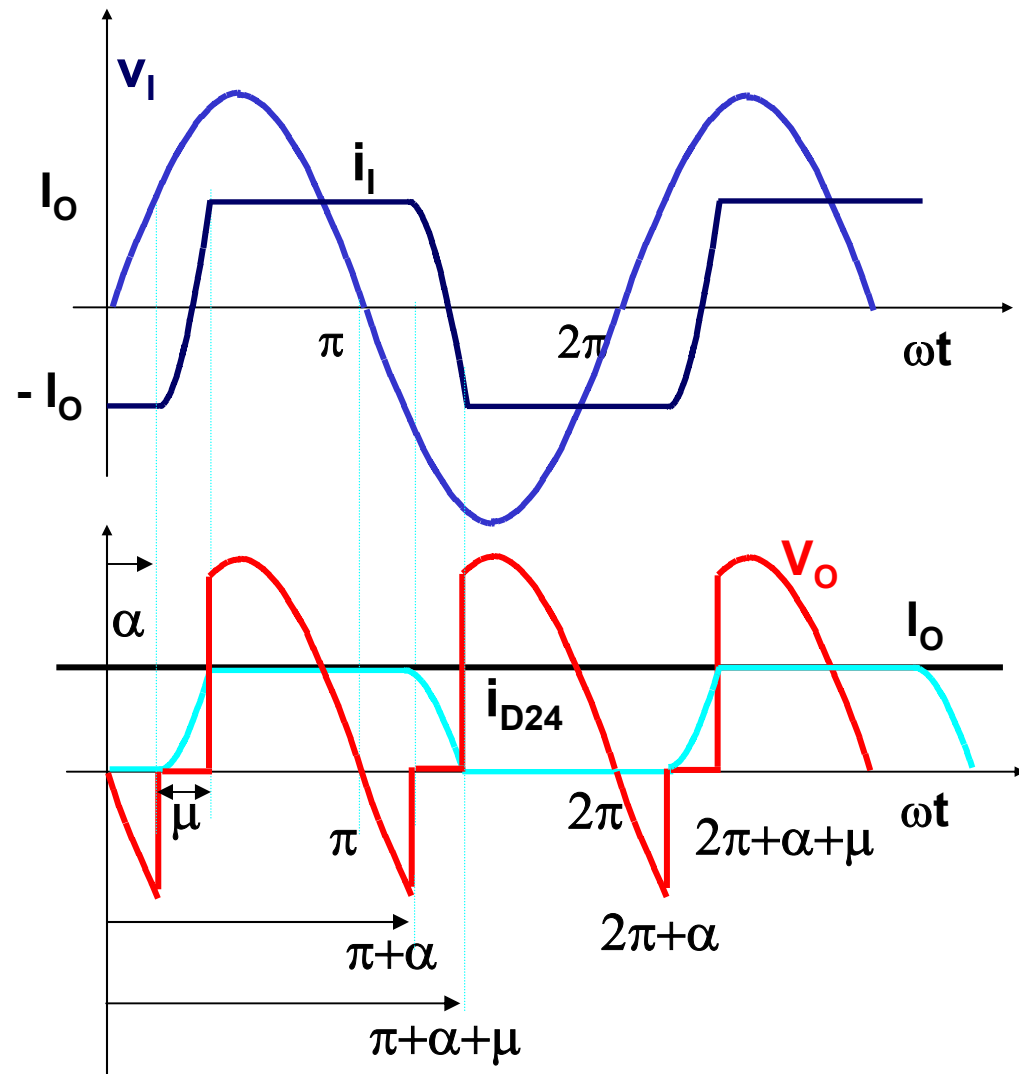
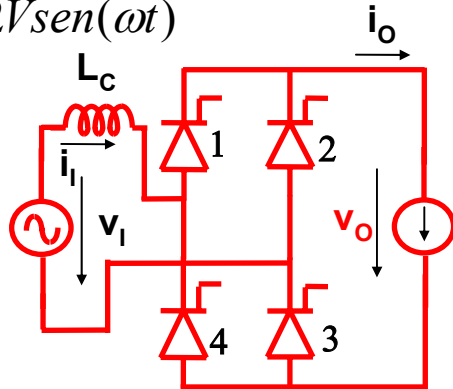
$$i_o = B e^{-\frac{R}{L}(t - \frac{\pi}{\omega})}$$

$$V_{Oav} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} V (1 + \cos \alpha) \quad I_{Oav} = \frac{\sqrt{2}}{R\pi} V (1 + \cos \alpha)$$

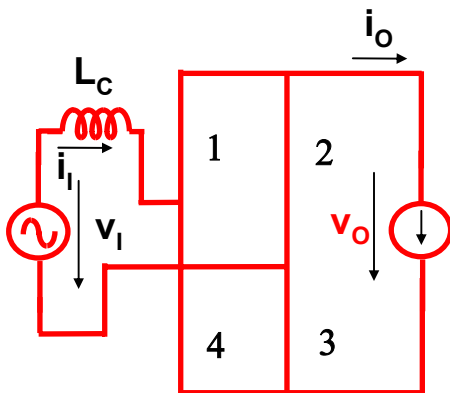


Condução simultânea em rectificadores controlados

$$v_I = \sqrt{2}V_s \sin(\omega t)$$

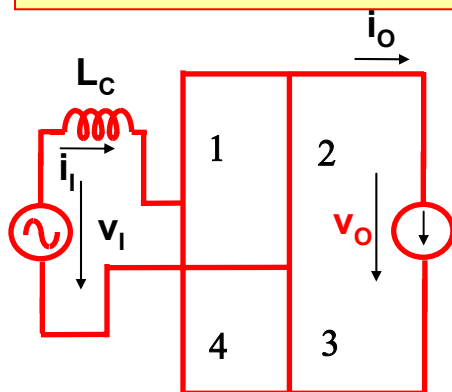


Circuito equivalente durante a condução simultânea



Condução simultânea em rectificadores controlados

Circuito equivalente durante a condução simultânea



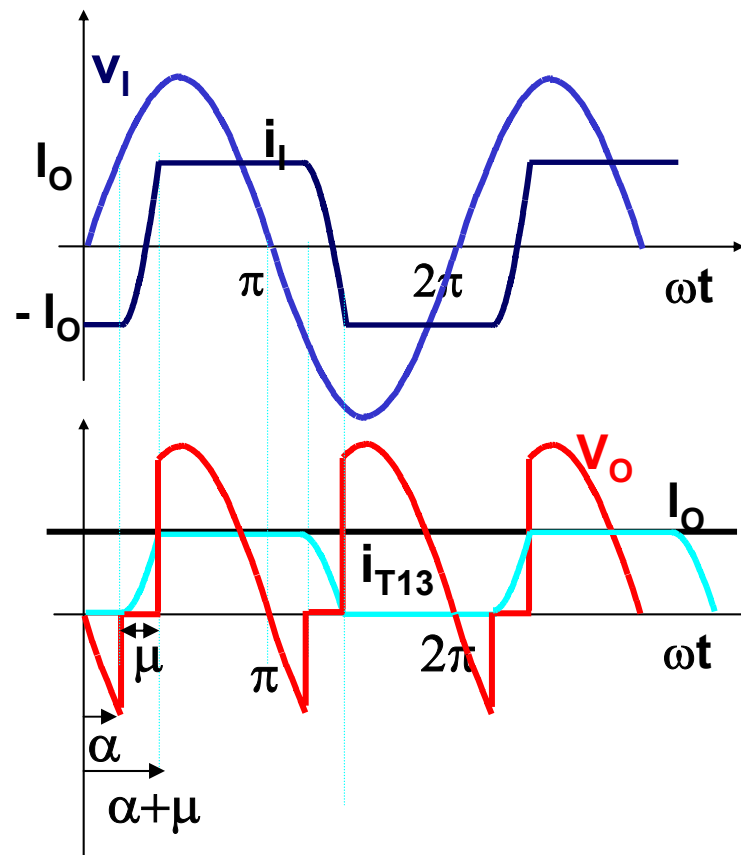
$$v_{L_c} = L_c \frac{di_i(t)}{dt} = \sqrt{2}V \sin \omega t$$

$$2I_o = \frac{\sqrt{2}V}{\omega L_c} \int_{\alpha}^{\alpha+\mu} (\sin \omega t) d\omega t$$

$$\mu = \cos^{-1} \left(\cos \alpha - \frac{2I_o X_c}{\sqrt{2}V} \right) - \alpha$$

$$V_o = \frac{\sqrt{2}V}{\pi} \left\{ \int_0^{\alpha} (-\sin \omega t) d\omega t + \int_{\alpha+\mu}^{\pi} (\sin \omega t) d\omega t \right\}$$

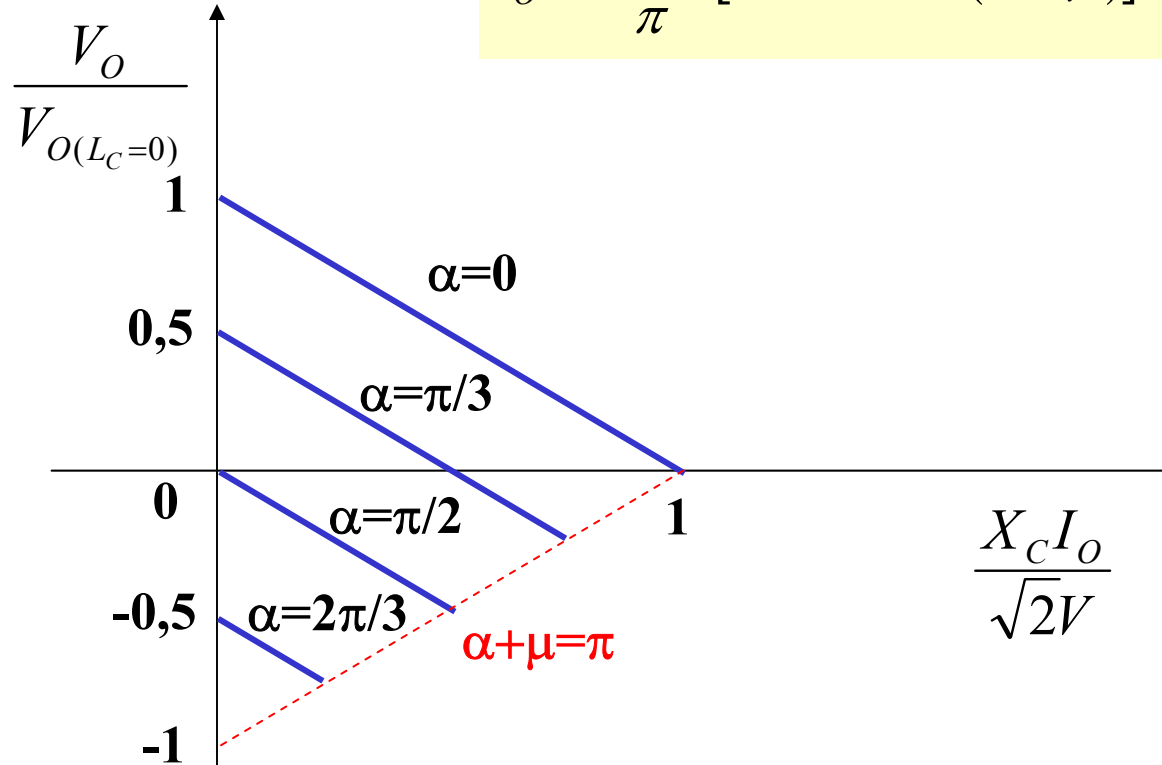
$$V_o = \frac{\sqrt{2}V}{\pi} [\cos \alpha + \cos(\alpha + \mu)] = \frac{2\sqrt{2}V}{\pi} \left(\cos \alpha - \frac{\omega L_c I_o}{\sqrt{2}V} \right)$$



Condução simultânea em rectificadores controlados

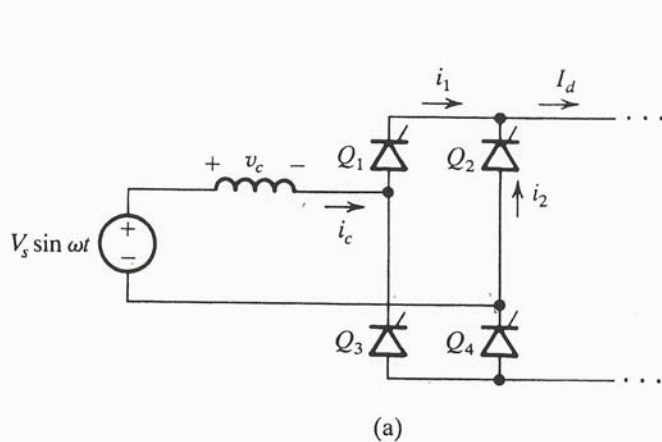
Características de regulação de carga normalizadas para o rectificador de onda completa totalmente controlado com reactância de comutação L_C

$$V_o = \frac{\sqrt{2}V}{\pi} [\cos \alpha + \cos(\alpha + \mu)] = \frac{2\sqrt{2}V}{\pi} \left(\cos \alpha - \frac{\omega L_C I_o}{\sqrt{2}V} \right)$$

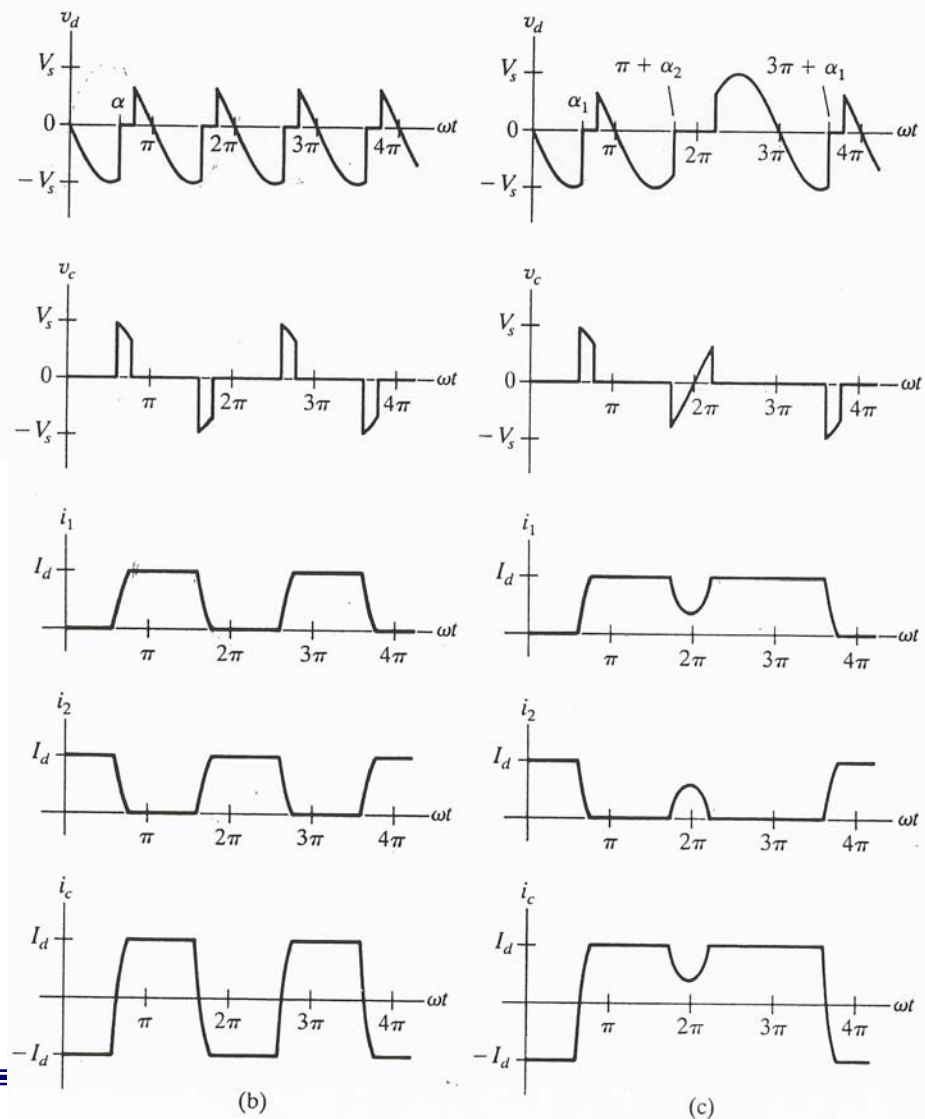


Condução simultânea em rectificadores controlados

Falhas de comutação devido à condução simultânea



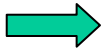
Quando o rectificador opera no modo de inversão é necessário garantir que a condução simultânea foi concluída antes da próxima passagem por zero da tensão de entrada, ponto em que a tensão v_c muda a sua polaridade; se isso não acontecer a corrente no par de tiristores que está a passar ao corte começa a crescer mantendo esse par de dispositivos em condução.



Margem de segurança

$$\mu = \cos^{-1} \left(\cos \alpha - \frac{2I_o X_c}{\sqrt{2}V} \right) - \alpha$$

$$\alpha_{\max} = \pi - \left(\mu_{\max} + \omega t_q \right) \quad \omega t_q = 0 \quad \gamma = \mu_{\max}$$

$\alpha_{\max} = \pi - \gamma$  Para garantir que não há falhas de comutação

$$\gamma = \cos^{-1} \left(\cos(\pi - \gamma) - \frac{2I_o X_c}{\sqrt{2}V} \right) - (\pi - \gamma)$$



$$\cos(\pi - \gamma) - \frac{2I_o X_c}{\sqrt{2}V} = -1$$



$$\gamma = \pi - \cos^{-1} \left(\frac{2I_o X_c}{\sqrt{2}V} - 1 \right)$$